

МИНИСТЕРСТВО СЕЛЬСКОГО ХОЗЯЙСТВА РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
РОССИЙСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АГРАРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ –  
МСХА имени К.А. ТИМИРЯЗЕВА

Факультет ТС в АПК  
Кафедра «Сопротивление материалов и детали машин»

**А.Г. ГАМИДОВ, Б.В. ПЫЛАЕВ, В.Ю. БОЙКОВ.**

# **СОПРОТИВЛЕНИЕ МАТЕРИАЛОВ**

**Методические указания по выполнению  
расчетно-графических работ**

МОСКВА  
2016

УДК 539.3/8 (076)  
С64

Рецензент: кандидат технических наук, профессор кафедры  
"Инженерные конструкции" РГАУ-МСХА имени К. А. Тимирязева

*А. И. Голышев*

**Гамидов А.Г., Пылаев Б.В., Бойков В.Ю. Сопротивление материалов: Методические указания / Гамидов А.Г., Пылаев Б.В., Бойков В.Ю. М.: Изд-во РГАУ-МСХА, 2016. 43 с.**

Методические указания по курсу сопротивление материалов.

Методические указания предназначены для систематизации самостоятельной работы студентов в процессе выполнения индивидуальных заданий. Содержит примерную тематику расчетных работ по основным разделам курса, методику и рекомендации по их выполнению. Предназначены для студентов-бакалавров очного отделения факультета технической сервис в агропромышленном комплексе и ПРиМА, обучающихся по направлениям подготовки 23.03.03 – «Эксплуатация транспортно-технологических машин и комплексов» профиль Автомобили и автомобильное хозяйство, 35.03.06 – «Агроинженерия» профиль Технические системы в агробизнесе, 35.03.06 – «Агроинженерия» профиль Технический сервис в агропромышленном комплексе.

Гамидов А.Г., Пылаев Б.В., Бойков В.Ю., Составители, 2016  
ФГБОУ ВО РГАУ-МСХА им. К.А. Тимирязева, 2016  
Издательство РГАУ-МСХА, 2016

## Рекомендации к выполнению заданий

При годичном изучении курса выполняются два задания, состоящие из двух частей. При решении поставленной в каждой части задачи нужно выполнить следующие этапы.

1 Для решения задач используются данные, приводимые в соответствующих таблицах(1–4). Столбцы обозначены буквами русского алфавита. Строки- цифрами. Студент должен взять из таблицы данные в соответствии с буквами своей фамилии. Для этого следует написать свою фамилию и пронумеровать буквы. Если число букв меньше числа строк в таблице, то запись фамилии нужно повторить и продолжить нумерацию.

Например, студенту Карпину для использования данных из таблицы №1 в которой девять строк, нужно выполнить следующее:

а) Записать и пронумеровать следующие буквы:

«буквы» - К А Р П И Н К А Р

«цифры» - 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Если в группе есть однофамильцы, то они не используют первые буквы, например, второй и третий Карпины выписывают соответственно:

АРПИНАРПИ и РПИНРПИНР

б) Выписать из таблицы данные, соответствующие номеру строки и столбцу в котором присутствуют буква с данным номером. В рассматриваемом примере для первого Карпина имеем следующие данные:

К 1- $A_1=120\text{мм}^2$  А 2- $A_2=50\text{ мм}^2$  Р3- $A_3=100\text{мм}^2$

П 4- $a_1=0,1\text{мм}$  И 5- $a_2=0,3\text{мм}$ ; Н 6- $a_3=0,1\text{мм}$

К 7- $F_1=0,6\text{ кН}$ ; А 8- $F_2=10\text{ кН}$ ; Р9- $F_3=-10\text{ кН}$ .

2. Каждое задание должно быть выполнено в отдельной тетради или скреплены на листах белой бумаги формата А–4 с полями шириной 3см и титульным листом, где указывается название работы, факультет, номер группы и фамилия с инициалами студента. В начале приводится условие задачи с расчетной схемой, далее следует решение, разбитое на этапы с заголовками.

Схемы и графики вычерчиваются мягким карандашом.

3. При выполнении заданий следует пользоваться консультациями преподавателя.

4. Выполненную работу студент представляет на проверку преподавателю. Отмеченные ошибки должны быть исправлены.

5. Работа считается выполненной при положительной оценке.

Данные к заданию №1

Таблица 1.

		А,Б,В,	Г,Д, Е	Ж,З, И	К,Л, М	Н,О, П	Р,С, Т	У,Ф, Х	Ц,Ч, Щ,Ш	Э,Ю, Я	Ь,Ъ, Ы
1	$A_1, \text{мм}^2$	100	80	50	60	80	100	50	60	120	80
2	$A_2, \text{мм}^2$	50	60	120	80	100	60	80	50	60	100
3	$A_3, \text{мм}^2$	120	50	60	70	80	120	60	80	100	50
4	$a_1, \text{мм}$	0,25	0,1	0,2	0,15	0,2	0,3	0,12	0,15	0,1	0,2
5	$a_2, \text{мм}$	0,1	0,5	0,3	0,1	0,25	0,15	0,4	0,1	0,25	0,15
6	$a_3, \text{мм}$	0,3	0,1	0,4	0,15	0,4	0,25	0,3	0,4	0,1	0,5
7	$F_1, \text{Н}$	16	12	14	18	9	12	14	-12	-16	-10
8	$F_2, \text{Н}$	-18	-15	-10	-12	-14	-18	10	12	16	10
9	$F_3, \text{Н}$	12	15	10	18	16	12	10	8	12	15

Данные к заданию №2

Таблица 2.

		А,Б, В	Г,Д, Е	Ж,З, И	К,Л, М	Н,О, П	Р,С, Т	У,Ф, Х	Ц,Ч,Щ, Ш	Э,Ю, Я	Ь,Ъ, Ы
1	$a_1, \text{мм}^2$	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0
2	$a_2, \text{мм}^2$	6	4	5	4	6	5	6	5	4	6
3	$a_3, \text{мм}^2$	1	3	2	2	3	2	1	4	3	2
4	$a_4, \text{мм}$	2	0	1	0	3	2	0	2	1	0
5	$a_5, \text{мм}$	3	2	3	1	3	2	2	1	2	2
6	$a_6, \text{мм}$	1	2	3	2	1	3	2	1	1	3
7	$F_2, \text{кН}$	20	-40	-20	-30	10	20	30	20	10	20
8	$M_3, \text{кНм}$	40	20	30	20	40	10	40	30	30	20
9	$q, \text{кН/м}$	20	-10	40	20	10	-20	20	10	-30	40
10	Сечение	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

Данные к заданию №3

Таблица 3.

		А,Б, В,	Г,Д, Е	Ж,З, И	К,Л, М	Н,О, П	Р,С, Т	У,Ф, Х	Ц,Ч,Щ, Ш	Э,Ю, Я	Ь,Ъ, Ы
1	$N_1, \text{кВт}$	8	14	10	15	7	12	14	10	8	14
2	$N_2, \text{кВт}$	12	7	8	12	10	8	14	13	12	7
3	$n, \text{об/мин}$	1500	800	1200	1500	1000	1400	1100	1000	1500	900
4	$D_1, \text{мм}$	300	250	200	280	240	300	250	220	260	230
5	$D_2, \text{мм}$	150	180	160	220	140	250	140	200	120	100
6	$D_3, \text{мм}$	130	120	140	110	90	140	80	160	80	60
7	$a_1, \text{мм}$	0	0,3	0	0,4	0	0,2	0,6	0	0,2	0
8	$a_2, \text{мм}$	2	1,8	1,9	2	1,7	1,8	1,6	1,5	1,6	1,9
9	$a_3, \text{мм}$	0,6	0,4	0,3	0,8	0,6	0,5	0,4	0,6	0,5	0,6
10	$a_4, \text{мм}$	1,3	1,2	0,8	0,5	0,9	0,4	0,8	0,9	0,9	0,5
11	$a_5, \text{мм}$	1,5	1,4	0	1,5	1,2	0	0,7	1,2	1,3	0
12	$\alpha_1, \text{град}$	0	180	270	360	180	0	90	270	90	180
13	$\alpha_2, \text{град}$	90	380	180	270	90	180	360	180	360	90
14	$\alpha_3, \text{град}$	180	90	270	360	45	90	270	180	90	0

		А,Б, В,	Г,Д, Е	Ж,З,И	К,Л, М	Н,О, П	Р,С, Т	У,Ф, Х	Ц,Ч,Щ, Ш	Э,Ю, Я	Ь,Ъ, Ы
1	F,МН	0,42	0,34	0,36	0,38	0,62	0,54	0,46	0,62	0,38	0,34
2	L, м	3,6	4,4	5,6	3,6	4,6	3,8	4,8	5,2	6,4	3,2
3	$\sigma$ , МПа	240	320	240	340	260	240	220	320	240	280
4	n	1,5	1,4	1,6	1,4	1,5	1,6	1,4	1,7	1,5	1,8
5	Схема	<i>I</i>	<i>II</i>	<i>III</i>	<i>IV</i>	<i>I</i>	<i>II</i>	<i>III</i>	<i>IV</i>	<i>I</i>	<i>II</i>
6	Сечение	1	2	3	4	5	6	7	8	2	6

### Задание № 1

#### *Расчёт на растяжение-сжатие*

Для ступенчатого стального стержня (рис. 1), нагруженного действующими вдоль оси внешними силами, используя данные из табл. 1,

выполнить следующее:

1. Построить эпюры нормальных сил  $N$  и нормальных напряжений  $\sigma$ .
2. Определить продольную деформацию стержня  $\Delta L$ , если  $E = 2 \cdot 10^5$  МПа – модуль Юнга для стали.

На рис. 1 показаны положительные направления внешних сил  $F$ .

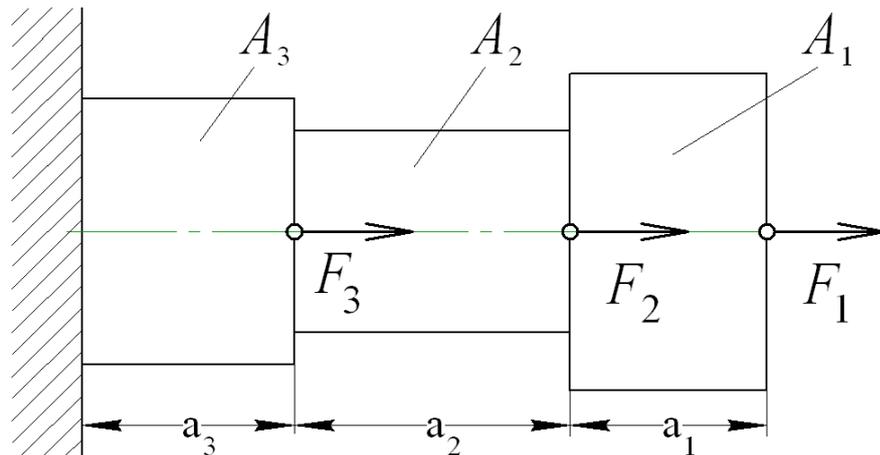


Рис. 1. Расчётная схема ступенчатого стержня

### Методические указания

Рассмотрим пример выполнения задачи при следующих исходных данных:  $A_1 = 100 \text{ мм}^2$ ;  $A_2 = A_3 = 60 \text{ мм}^2$ ;  $a_1 = a_2 = a_3 = 0,1 \text{ м}$ ;  $F_1 = 10 \text{ кН}$ ;  $F_2 = 0$ ;  $F_3 = -20 \text{ кН}$ .

#### Решение:

Решение начинается с построения расчётной схемы задачи – это упрощённое изображение детали с внешними нагрузками.

Расчётная схема стержня дана на Рис. 2, где показаны истинные направления внешних сил  $F$  в точках их приложения.

#### Определение внутренних нагрузок и напряжений.

Для определения внутренних нагрузок используется метод сечений (правило РОЗУ). Отсечённые части стержня показаны на Рис. 3. Для уравнивания отсечённой части со стороны отброшенной должна действовать в центре сечения нормальная сила:

$$N = \Sigma F_i ,$$

где  $F_i$  – внешняя сила, действующая на рассматриваемую часть параллельно оси стержня,  $F_i > 0$ , если вызывает растяжение стержня и  $F_i < 0$ , если вызывает сжатие.

1-й участок:  $N_1 = F_1 = 10 \text{ кН}$  (растяжение);

$$\sigma_1 = N_1/A_1 = 10 \cdot 10^3 / 100 = 100 \text{ МПа}$$

2-й участок:  $N_2 = F_1 = 10 \text{ кН}$  (растяжение);

$$\sigma_1 = N_1/A_2 = 10 \cdot 10^3 / 60 = 167 \text{ МПа}$$

3-й участок:  $N_3 = F_1 - F_3 = 10 - 20 = -10 \text{ кН}$  (сжатие);

$$\sigma_1 = N_3/A_2 = -10 \cdot 10^3 / 60 = -167 \text{ МПа}$$

По вычисленным нормальным силам и напряжениям строим эпюры (Рис.2).

*Определение продольной деформации стержня.*

Нормальная сила  $N$  связана с продольной деформацией (удлинением)

$$N = \left( \frac{E \cdot A}{a} \right) \Delta a,$$

участка стержня  $\Delta a$  законом Гука

$$\Delta a = \left( \frac{N}{A} \right) \frac{a}{E} = \sigma \frac{a}{E},$$

откуда

следовательно, удлинение всего стержня:

$$\Delta L = \Delta a_1 + \Delta a_2 + \Delta a_3 = (\sigma_1 a_1 + \sigma_2 a_2 + \sigma_3 a_3) / E =$$

$$= (100 \cdot 100 + 167 \cdot 100 - 167 \cdot 100) / 2 \cdot 10^5 = 50 \cdot 10^{-3} \text{ мм (удлинение).}$$

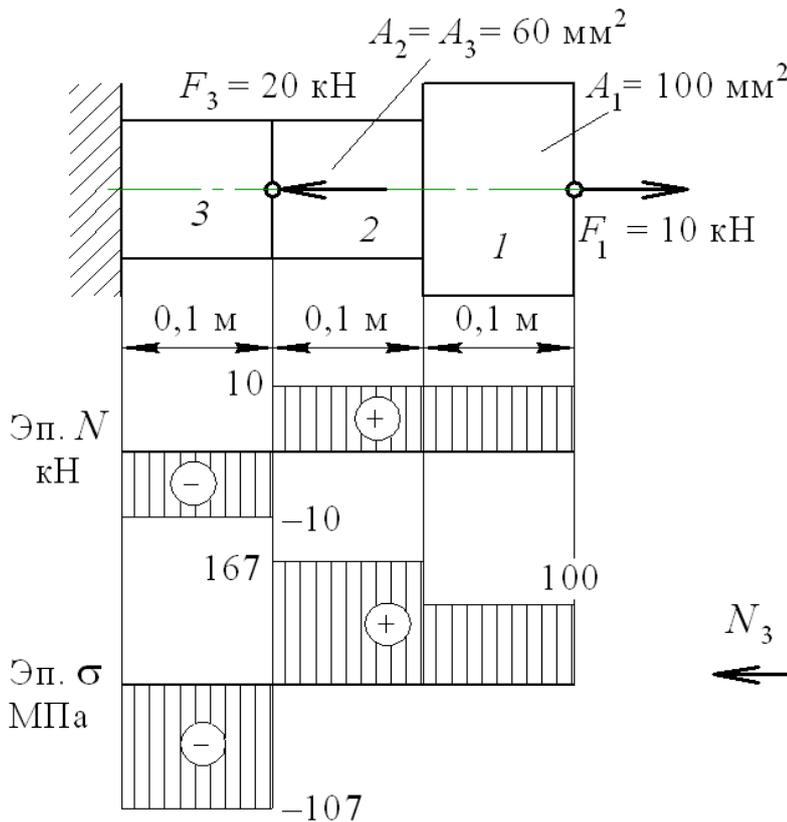


Рис. 2. Расчётная схема стержня с эпюрами

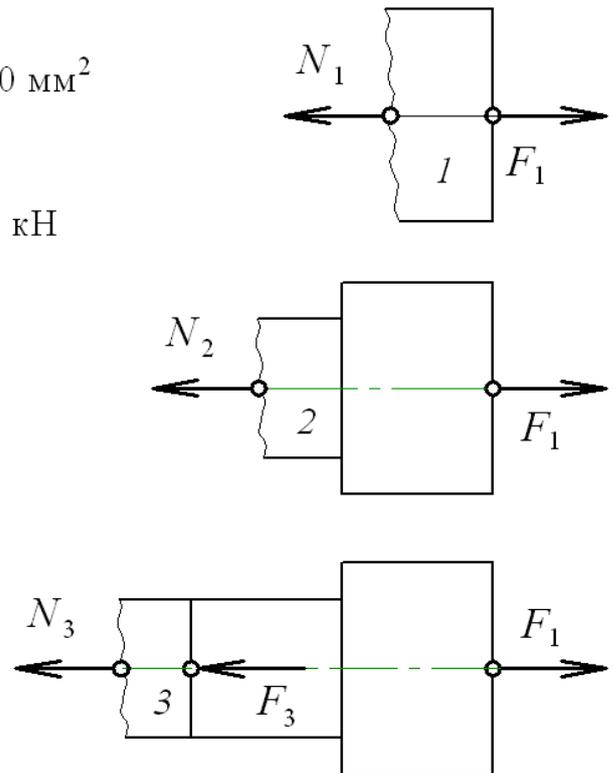


Рис. 3. Отсечённые части стержня

Удлинение стержня равно алгебраической сумме продольных деформаций участков, если деформация положительна, то участок удлиняется, если отрицательна – укорачивается.

## Задание № 2

### Расчёт балок на изгиб

Для двух балок (Рис. 4 и 5) используя данные из таблицы 2, выполнить следующее:

1. Построить эпюры поперечных сил  $Q$  и изгибающих моментов  $M_z$ .
2. Подобрать поперечное сечение из условия прочности для консольной балки в виде двутавра, а для балки на двух опорах – по чертежу (Рис. 6).
3. Определить перемещение свободного конца консольной балки (Рис.4).

Материал балок: сталь Ст3;  $E = 2 \cdot 10^5$  МПа;  $[\sigma] = 160$  МПа.

На рисунке 4 и 5 показаны положительные направления внешних нагрузок.

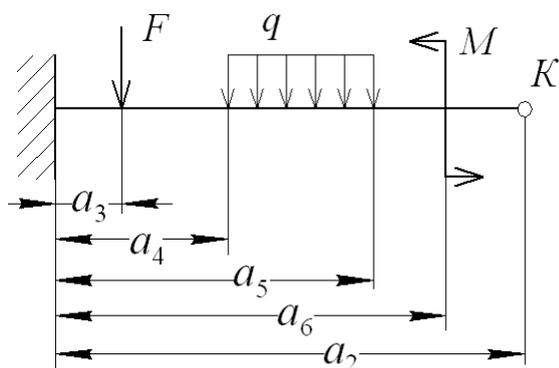


Рис. 4. Консольная балка

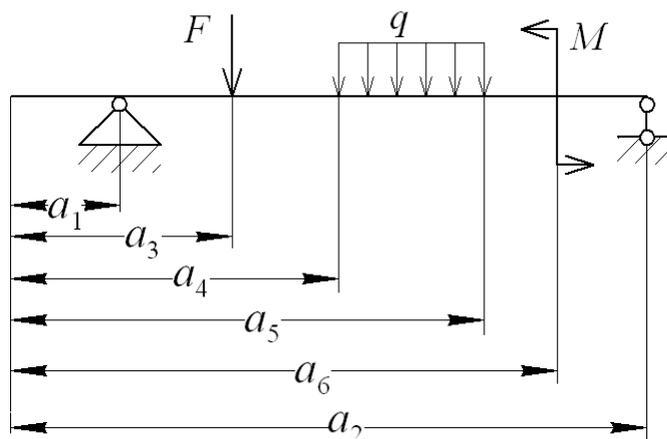


Рис. 5. Балка на двух опорах

### Методические указания

Рассмотрим пример расчёта балки со следующими заданными внешними нагрузками:  $q = 20$  кН/м;  $F = -20$  кН;  $M = -10$  кНм. Расчётная схема задачи представлена на рисунке 7 внешними нагрузками, действующими на балку, являются как заданные в условии задачи, так и неизвестные реакции опор.

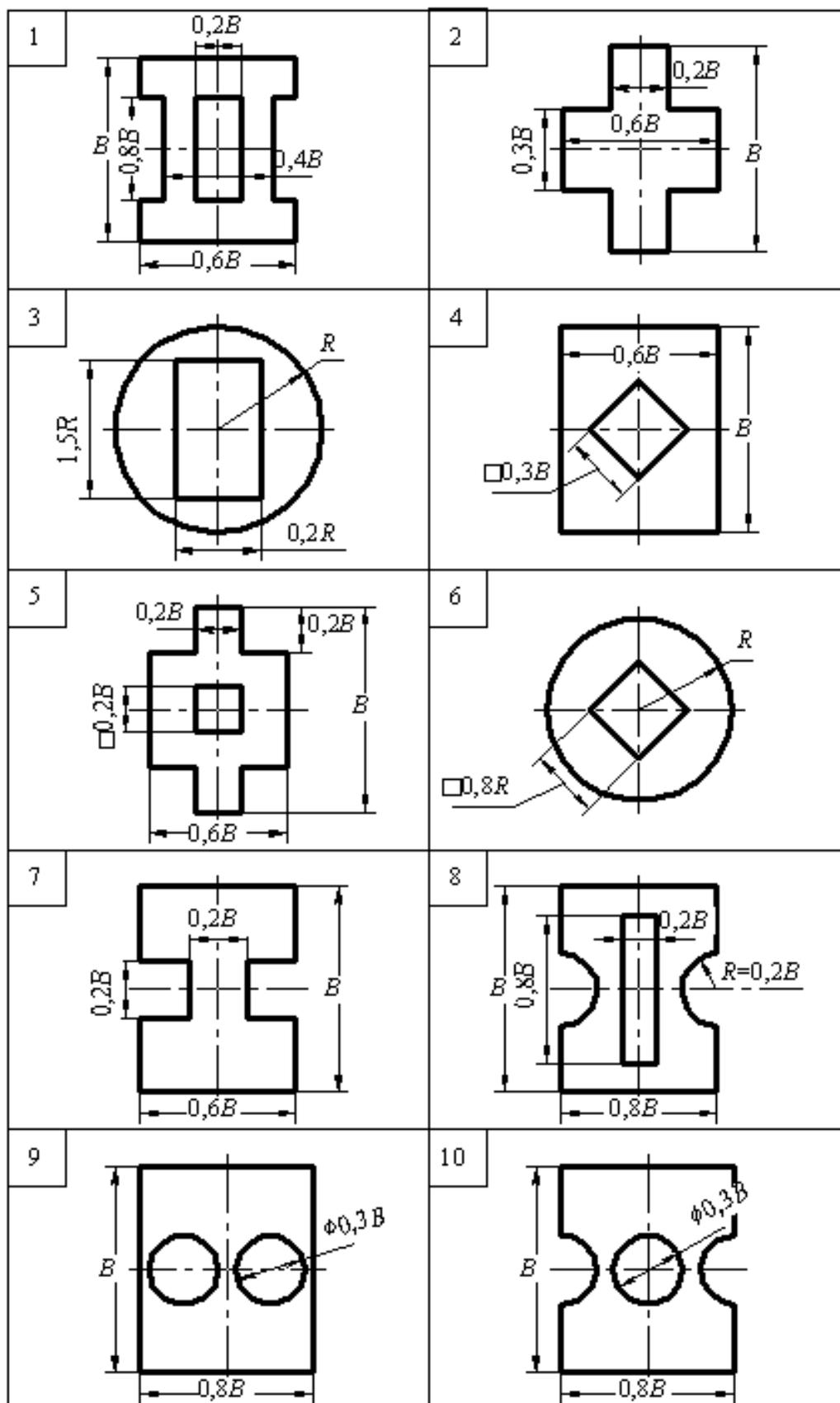


Рис. 6. Сечения балок

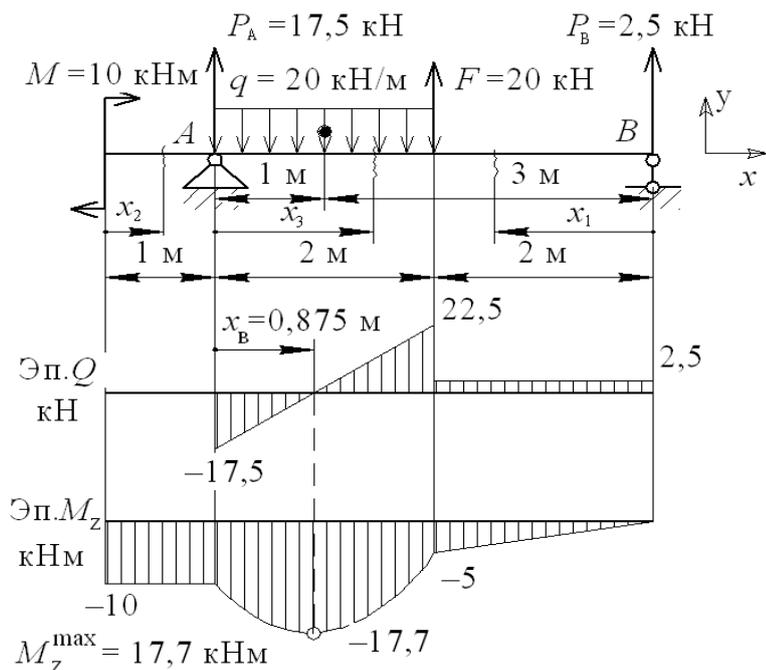


Рис. 7. Расчётная схема балки с эпюрами

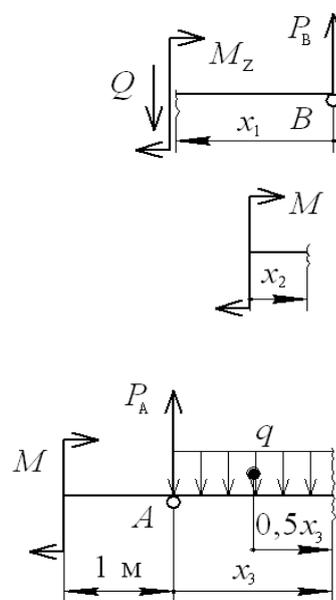


Рис. 8. Отсечённые части балки

### 1) Определение реакций опор

На чертеже изображаем в положительном направлении неизвестные реакции опор, в нашем случае это силы  $R_A$  и  $R_B$ , а горизонтальная реакция неподвижного шарнира А равна нулю, проекции сил в горизонтальном направлении отсутствуют.

Записываем условие равновесия балки: сумма моментов относительно шарниров А и В:  $\sum M_{iA} = -M + F \cdot 2 + R_B \cdot 4 - (q \cdot 2) \cdot 1 = 0$ ,

$$\sum M_{iB} = -M - F \cdot 2 - R_A \cdot 4 + (q \cdot 2) \cdot 3 = 0,$$

здесь  $(q \cdot 2)$  – сила от распределённой нагрузки с интенсивностью  $q$ , действующей на участке балки длиной 2 м, а 1 и 3 м – соответственно плечи этой силы. Из уравнений условия равновесия находим  $R_A = 17,5$  кН,  $R_B = 2,5$  кН. Если вычисленное значение реакции положительно, то истинное направление её совпадает с выбранным при расчёте, если отрицательно, то на чертеже следует направление реакции изменить на противоположное. Для проверки вычислений берём любое уравнение равновесия, не использованное в

расчёте, например, сумму проекций сил на вертикальную ось, которая должна равняться нулю:

$$\Sigma F_{iy} = R_A + R_B + F - (q \cdot 2) = 17,5 + 2,5 + 20 - (20 \cdot 2) = 0.$$

## 2) Построение эпюр $Q$ и $M_z$

Внутренние нагрузки определяются методом сечений (Рис. 8). Поперечная сила  $Q$  равна алгебраической сумме внешних сил  $F_i$ , действующих перпендикулярно на рассматриваемую часть балки, то есть  $Q = \Sigma F_i$ , а изгибающий момент:

$$M_z = \Sigma M_i + \Sigma (F_i h_i),$$

где  $h_i$  – расстояние от силы  $F_i$  до сечения,  $M_i$  – внешний момент, что необходимо для равновесия рассматриваемой части балки. «Правило знаков» поперечных сил и изгибающих моментов приведены на рисунке 9.

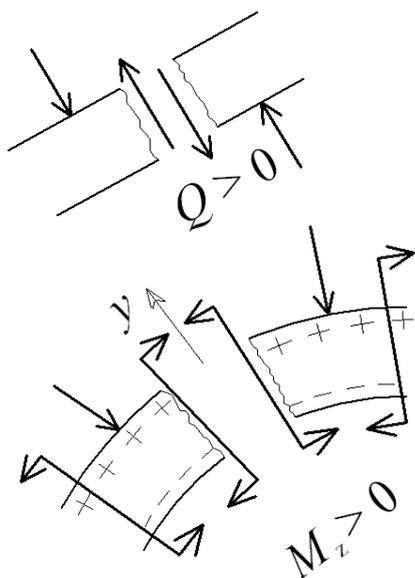


Рис. 9. Правило знаков

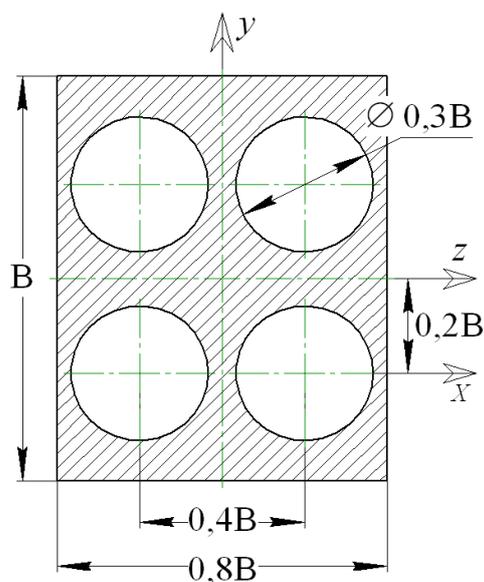


Рис. 10. Сечение балки

В « $\Sigma F_i$ » берётся  $F_i > 0$ , если сила действует так, как показано на рисунке 9, и  $F_i < 0$ , если наоборот. Эпюра  $M_z$  строится на растянутой части балки (на растянутых волокнах), для чего в « $\Sigma (F_i h_i)$ » и « $\Sigma M_i$ » следует брать  $(F_i h_i) > 0$  и  $M_i > 0$ , если со стороны перпендикулярной балке оси  $y$  видны растянутые от этих нагрузок волокна (верхняя часть балки растягивается, а нижняя сжимается), а если сжатые, то  $(F_i h_i) < 0$  и  $M_i < 0$ .

Разбиваем балку на участки. Границами участков являются точки приложения сосредоточенных нагрузок (внешних сил)  $F_i$ , границы распределенных нагрузок  $q$  и точки приложения внешних изгибающих моментов  $M$ . Таким образом, для рассматриваемой балки имеем три участка.

Для каждого участка применяем правило РОЗУ или «метод сечений».

I-й участок - рассечём в произвольном месте и отбросим любую часть, например, левую, тогда  $x_1$  – координата сечения, а рассматриваемая правая часть балки должна быть в равновесии (Рис. 8). На рассматриваемую часть из внешних нагрузок действует только сила  $R_B$ , следовательно:

$$Q_1 = \sum R_i = R_B = 2,5 \text{ кН}, \quad M_{z1} = \sum M_i + \sum (R_i h_i) = -R_B x_1 = -2,5 x_1,$$

$M_{z1} < 0$ , так как растягивается нижняя часть балки. Для  $M_{z1}$  имеем уравнение прямой, следовательно, для построения эпюры  $M_{z1}$  достаточно двух значений на границах участка:

$$M_{z1}(0) = 0; \quad M_{z1}(2) = -2,5 \cdot 2 = -5 \text{ кНм.}$$

Рассечём II-й участок и отбросим правую часть,  $x_2$  – координата сечения.

$$Q_2 = 0; \quad M_{z2} = -M = -10 \text{ кНм.}$$

III-й участок рассечём по распределённой нагрузке и отбросим правую часть:

$$Q_3 = -R_A + (q x_3) = -17,5 + (20 x_3)$$

Для  $Q_3$  получаем уравнение наклонной прямой и строим её по двум точкам:

$$Q_3(0) = -17,5 \text{ кН}, \quad Q_3(2) = -17,5 + 20 \cdot 2 = 22,5 \text{ кН.}$$

Изгибающий момент на третьем участке равен сумме внешних моментов с соответствующими знаками:

$$M_{z3} = -M - R_A x_3 + (q x_3) x_3 / 2 = -10 - 17,5 x_3 + 10 x_3^2.$$

Это уравнение параболы, ветви которой направлены вверх, так как коэффициент перед  $x_3^2$  – положительный. Для построения эпюры (графика параболы) достаточно трёх точек, возьмем две из них на границе участка:

$$M_{z3}(0) = -10 \text{ кНм}, \quad M_{z3}(2) = -10 - 17,5 \cdot 2 + 10 \cdot 2^2 = -5 \text{ кНм},$$

В качестве третьей точки возьмем координату вершины параболы  $x_0$ , т.е. экстремальную для  $M_{z3}$  точку. Для этого вычислим производную и приравняем ее нулю:

$$\frac{dM_z^{III}}{dx^3} = -17,5 + 20x_0 = 0$$

Обратим внимание, что выражение для  $\frac{dM_z^{III}}{dx^3}$  совпадает с выражением для

$Q_3$ .

$$-17,5 + 20x_0 = 0, \text{ откуда } x_0 = 17,5/20 = 0,875 \text{ м,}$$

$$M_{z3}(0,875) = -10 - 17,5 \cdot 0,875 + 10 \cdot 0,875^2 = -17,7 \text{ кНм.}$$

Правильно построенная эпюра  $Mz$  имеет «излом» в сторону действия внешней силы и «скачок» под внешним моментом, равный этому моменту, а под распределённой нагрузкой эпюра  $M_z$  деформируется в сторону действия нагрузки.

По эпюре  $M_z$  определяем опасное сечение балки, т.е. место, где модуль изгибающего момента максимален, в нашем случае  $|M_z|_{\max} = M_z^{\max} = 17,7 \text{ кН}\cdot\text{м}$ .

Условие прочности при изгибе:

$$\sigma = \frac{M_z^{\max}}{W_z} \leq [\sigma],$$

откуда осевой момент сопротивления:

$$W_z = \frac{M_z^{\max}}{[\sigma]} = \frac{17,7 \cdot 10^6}{160} = 110,6 \cdot 10^3 \text{ мм}^3 = 111 \text{ см}^3.$$

### 3) Подбор сечения балки

Для рассматриваемой балки подберем размер сечения, вид которого показан на рисунке 10. Так как сечение имеет оси симметрии, то эти оси ( $y$  и  $z$ ) являются главными осями. Ось  $y$ , лежащую в плоскости действия внешних нагрузок, следует выбирать так, чтобы минимизировать площадь сечения.

Сечение (Рис. 10) составное, состоит из 5-ти фигур: один прямоугольник (1) и четыре круглых отверстия (2). Момент инерции сечения равен:

$$J_z = J_z^{(1)} - 4 J_z^{(2)} = 0,043 B^4 - 4 \cdot 0,001 B^4 = 0,039 B^4,$$

где  $J_z^{(1)} = (0,8B)^3 B / 12 = 0,043 B^4$ ;

$$J_z^{(2)} = J_x^{(2)} + [\pi (0,3B)^2 / 4] \cdot (0,2)^2 = 0,05(0,3B)^4 + [\pi (0,3B)^2 / 4] \cdot (0,2B)^2 =$$

$$= (0,3B)^4 (0,05 + \pi 0,2^2 / 4) = 0,001 B^4.$$

Осевой момент сопротивления сечения:

$$W_z = \frac{J_z}{y_{\max}} = \frac{J_z}{0,5B} = \frac{0,039B^4}{0,5B} = 0,078 B^3 = 111 \text{ см}^3,$$

где  $J_z$  – осевой момент инерции сечения.

Следовательно, минимальная высота стержня, при котором прочность обеспечена:

$$B = \sqrt[3]{\frac{111}{0,078}} = \sqrt[3]{1423} = 11,2 \text{ см}.$$

#### Расчёт консольной балки

При расчёте консольной балки (Рис. 4) реакции в опоре (заделке) определять не обязательно, если при построении эпюр двигаться со свободного конца балки.

Рассмотрим пример с внешними нагрузками  $q = 0$ ;  $F = 10$  кН;  $M = 30$  кНм, расчётная схема с эпюрами дана на рисунке 11, откуда  $M_z^{\max} = 30$  кНм.

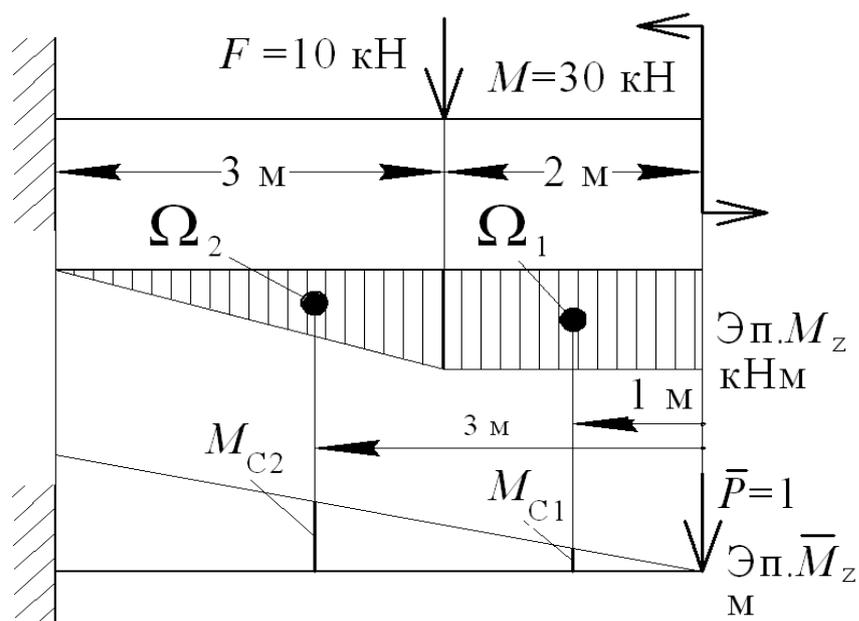


Рис. 11. К расчёту консольной балки

Из условия прочности минимальный осевой момент сопротивления:

$$W_z = \frac{M_z^{\max}}{[\sigma]} = \frac{30 \cdot 10^6}{160} = 185,5 \cdot 10^3 \text{ мм}^3 = 185,5 \text{ см}^3$$

Двутавровое сечение выбирается из таблицы сортамента (ГОСТ 8239-89), ближайшее к вычисленному  $W_z$ , например, двутавр № 20 с  $W_z = 184 \text{ см}^3$ .

$W_z > W_z$  – имеем недогрузку, при  $W_z < W_z$  – имеем перегрузку.

Отклонение реального напряжения  $\sigma$  от допускаемого в процентах:

$$\Delta\sigma = \frac{\sigma - [\sigma]}{[\sigma]} 100\% = \left( \frac{\sigma}{[\sigma]} - 1 \right) 100\% = \left( \frac{W_z}{W_z} - 1 \right) 100\% = \left( \frac{185,5}{184} - 1 \right) 100\% = 0,8\%$$

в пределах допустимого.

Следует отметить, что при перегрузке  $\Delta\sigma < 0$ , или при недогрузке  $\Delta\sigma > 0$ , допускаются напряжения не превышающие 5 %. Для рассматриваемой балки выбранный двутавр № 20 удовлетворяет этому условию.

*Определение перемещения* свободного конца выбранной двутавровой балки № 20 следует вычислять по формуле Верещагина

$$y_K = \frac{\sum \Omega_i \bar{M}_{ci}}{EJ_z} = \frac{[-60 \cdot 1 + (-45) \cdot 3] \cdot 10^{12}}{2 \cdot 10^5 \cdot 1840 \cdot 10^4} = -53 \text{ мм (вверх)},$$

где  $\Omega_i$  – площадь части эпюры  $M_z$ ;  $\bar{M}_{ci}$  – ордината эпюры  $M_z$  под центром тяжести  $\Omega_i$ :

$$\Omega_1 = -30 \cdot 2 = -60 \text{ кНм}, M_{c1} = 1 \text{ м};$$

$$\Omega_2 = 0,5(-30) \cdot 3 = -45 \text{ кНм}, M_{c2} = 3 \text{ м};$$

$J_z = 1840 \text{ см}^4$  – осевой момент инерции двутавра № 20. Если  $y_K < 0$ , то перемещение точки  $K$  не совпадает с выбранным направлением единичной силы  $\bar{F} = 1$ .

### Задание №3

#### Расчёты на изгиб с кручением круглого вала

На вращающемся с частотой  $n$ , круглом сплошном валу (рис. 12), установлены связанные с двигателями ремённой передачей два ведущих шкива с диаметрами  $D_1$  и  $D_2$ , передающие валу мощности  $N_1$  и  $N_2$ , а так же ведомая шестерня с диаметром  $D_3$ . Определить диаметр  $d$  стального вала по III теории прочности, приняв допускаемое напряжение  $[\sigma] = 160$  МПа. Исходные данные взять из таблицы 3.

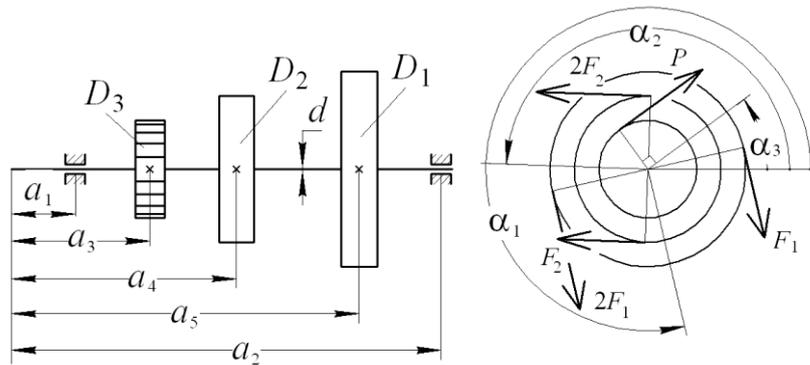


Рис. 12. Схема вала

#### Методические указания

На рисунке 12 показаны силы натяжения ремней  $2F$  и  $F$  ремённой передачи, а также действующая на шестерню окружная сила зацепления шестерни  $P$ .

Если на деталь действуют внешние изгибающие нагрузки не в одной главной плоскости, то следует рассматривать их отдельно в двух главных плоскостях, а результат суммировать. Отдельно следует рассматривать также и внешние моменты, вызывающие деформацию кручения. Для круглого стержня все центральные оси главные, для нашего случая это оси  $y$  и  $z$ .

Решение задачи разберём на примере (Рис. 13).

1) *Определение внешних моментов, действующих на вал*

внешние моменты, приложенные к валу от первого шкива:

$$M_1 = 9,6N_1/n = 9,6 \cdot 12 / 1000 = 0,12 \text{ кН}\cdot\text{м},$$

внешние моменты приложенные к валу от второго шкива

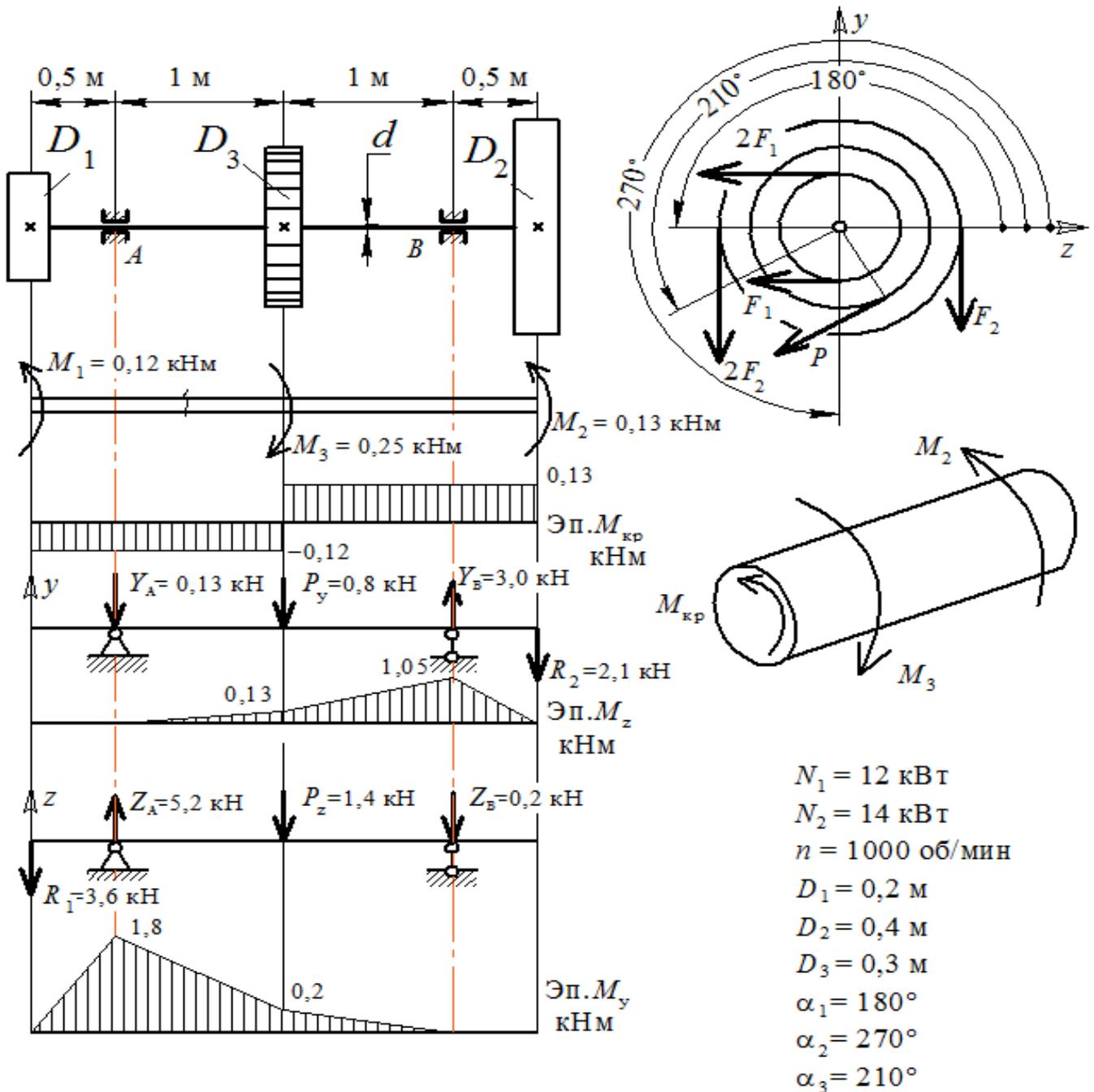
$$M_2 = 9,6N_2/n = 9,6 \cdot 14 / 1000 = 0,13 \text{ кН}\cdot\text{м}.$$

Шестерня является ведомой, и момент  $M_3$  от неё определяется из условия равновесия  $\sum M_i = M_1 + M_2 - M_3 = 0$ ,

$$\text{откуда } M_3 = M_1 + M_2 = 0,12 + 0,13 = 0,25 \text{ кН}\cdot\text{м}.$$

## 2) Построение эпюры крутящего момента $M_{кр}$

Используя метод сечений имеем действующий со стороны отброшенной части крутящий момент  $M_{кр} = \sum M_i$ , где  $M_i$  – приложенный в плоскости, перпендикулярной оси, внешний момент  $M_i > 0$ , если виден со стороны сечения действующим против часовой стрелки,  $M_i < 0$  – по часовой стрелке.



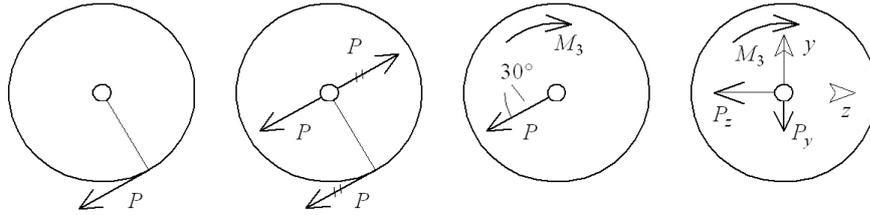


Рис. 14. Приведение силы P к валу

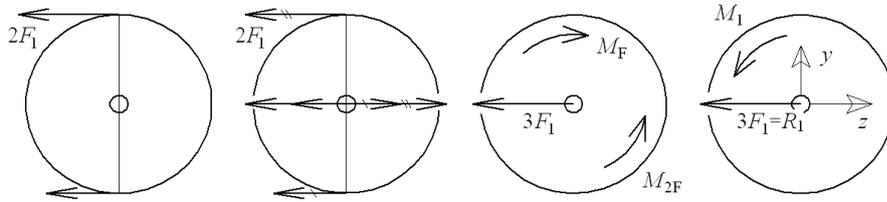


Рис. 15. Приведение силы  $F_1$  и  $2F_1$  к валу

Для показанной на рисунке 13 отсечённой части вала

$$M_{\text{кр}} = M_2 - M_3 = 0,13 - 0,25 = -0,12 \text{ кН} \cdot \text{м.}$$

### 3) Определение внешних изгибающих нагрузок

Вначале следует определить внешние активные нагрузки, действующие на вал от шкивов и шестерни. Для этого воспользуемся методом приведения сил к центру вала как показано на рисунке 14 и 15 для шестерни и шкива.

Метод приведения сил включает в себя приложение к центру вала двух разнонаправленных сил, например  $F$  (рис. 14), действующих параллельно  $F$ , при этом характер нагрузок не изменяется, следовательно, действующую на шестерню силу  $F$ , можно заменить приложенной к центру вала силой  $F_1$  и действующим на вал моментом  $M_3 = FD_3/2$ , откуда  $F = 2M_3/D_3 = 2 \cdot 0,25/0,3 = 1,67 \text{ кН}$ .

Так как действие силы  $F$  не совпадает с направлением выбранных осей, то её заменяем на проекции

$$F_z = F \sin 60^\circ = 1,67 \sin 60^\circ = 1,4 \text{ кН},$$

$$F_y = F \cos 60^\circ = 1,67 \cos 60^\circ = 0,8 \text{ кН}.$$

Поступая аналогично для шкива (1) (рис. 15) имеем действующий на вал момент  $M_1 = F_1 D_1/2$ , откуда  $F_1 = 2M_1/D_1 = 2 \cdot 0,12/0,2 = 1,2 \text{ кН}$ , и приложенную к центру вала силу

$$R_1 = 2F_1 + F_1 = 3F_1 = 3,6 \text{ кН.}$$

Для шкива (2), поступая аналогично, имеем

$$F_2 = 2M_2/D_2 = 2 \cdot 0,13/0,4 = 0,7 \text{ кН и } R_2 = 3F_2 = 2,1 \text{ кН.}$$

Кроме рассчитанных активных сил, действующих на вал следует определить также, реакции опор, которыми являются подшипники, при этом подшипники вала считаем шарнирными.

#### 4) Построение эпюр изгибающих моментов

Деформация изгиба рассматривается отдельно в вертикальной и горизонтальной плоскостях. Эпюры изгибающих моментов  $M_Z$  и  $M_Y$  строятся так же, как в *части 1 задания 2*, отдельно в вертикальной и горизонтальной плоскостях.

#### 5) Определение диаметра вала

Рассматриваемый вал испытывает деформацию «изгиб с кручением», и так как материал вала – пластичная сталь, то можно использовать *III* теорию прочности (теория прочности Кулона). Для круглого вала изгиб с кручением можно заменить эквивалентным изгибом с моментом

$$M_{\text{из}}^{\text{ЭКВ}} = \sqrt{M_y^2 + M_z^2 + M_{\text{кр}}^2}.$$

Следует подчеркнуть, что данное соотношение действительно только для валов с круглым поперечным сечением. Опасное сечение там, где  $M_{\text{ЭКВ}}$  максимально. В нашем случае опасными сечениями могут быть опоры А или В.

$$\text{на опоре } A: M_{\text{ЭКВ}}^{111} = \sqrt{1,8^2 + 0^2 + 0,12^2} = 1,8 \text{ кНм;}$$

$$\text{на опоре } B: M_{\text{ЭКВ}}^{111} = \sqrt{0^2 + 1,05^2 + 0,13^2} = 1,06 \text{ кНм;}$$

следовательно, опасным является опора А.

Так как изгиб с кручением заменяется эквивалентным моментом, то следует использовать условие прочности при изгибе

$$\sigma = \frac{M_{\text{ЭКВ}}^{111}}{W_z} \leq [\sigma]$$

$$\text{откуда } W_z = 0,1d^3 \geq M_{\text{ЭКВ}} / [\sigma] = 1,65 \cdot 10^6 / 160 = 11250 \text{ мм}^3 \text{ и}$$

$$\text{диаметр вала } d \geq (112500)^{1/3} = 48,3 \text{ мм.}$$

Округляем до стандартного размера и принимаем диаметр вала  $d = 50$  мм.

### Задание №4

#### Расчёт на устойчивость сжатого стержня

1. Для показанного на рисунке 16 сечения стержня (стойки), составленного из нескольких профилей, подобрать сечение из условия устойчивости на продольный изгиб при заданном коэффициенте запаса прочности  $n_T$ .

2. Определить расстояние между приваренными к профилям соединительными планками из условия равной гибкости всего стержня и участка профиля между планками.

Исходные данные взять из таблицы 4.

Материал Ст.3, предел текучести  $\sigma_T = 220$  МПа

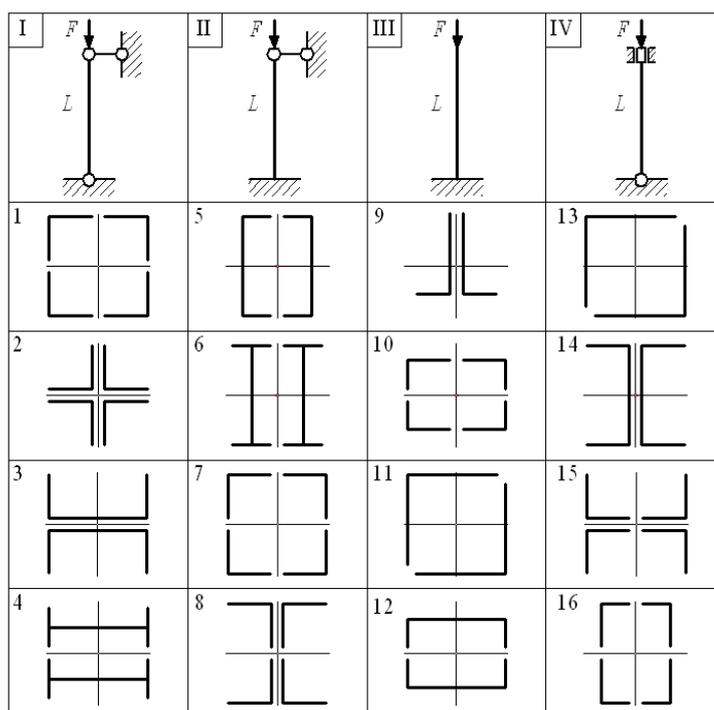


Рис. 16. Схемы стоек и сечений

#### Методические указания

Порядок решения рассмотрим на следующем примере.

Стойка длиной  $L = 3$  м  $= 300$  см, составленная из двух скреплённых поперечными соединительными планками швеллеров сжимается силой  $F = 0,5$

МН,  $n_T = 1,5$  и пределом текучести  $\sigma_m = 240$  МПа, (рис. 17), Следует подобрать номер швеллеров из условия устойчивости на продольный изгиб и определить расстояние между соединительными планками.

1) *Выбор сечения*

Для расчёта на устойчивость используем практическую формулу расчёта сжатых продольной силой стержней

$$F/A = \varphi [\sigma]_{сж},$$

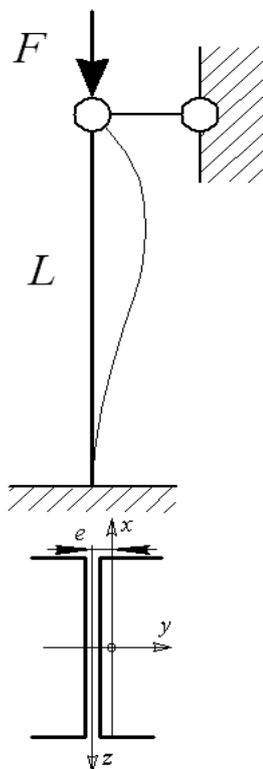


Рис. 17. Расчётная схема задачи

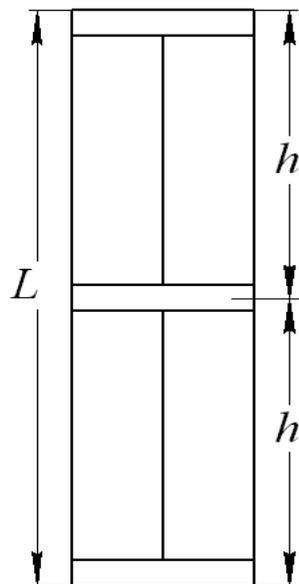


Рис. 18. Конструкция стойки

где  $A$  – площадь поперечного сечения стойки,

$[\sigma]_{сж} = \sigma_m / n_m$  – допускаемое напряжение, в нашем случае  $[\sigma]_{сж} = 240 / 1,5 = 160$  МПа;

$\varphi$  – коэффициент уменьшения допускаемого напряжения (табл. 5), зависит от материала и гибкости  $\lambda = \frac{\mu L}{i_{\min}}$ ,

где  $\mu$  – коэффициент, учитывающий характер закрепления концов стойки (в нашем случае  $\mu = 0,7$ ),

$$i_{\min} = \sqrt{\frac{J_{\min}}{A}} - \text{радиус инерции сечения, } J_Z - \text{осевой момент инерции}$$

сечения относительно оси  $z$ .

Следует выбрать главную центральную ось сечения, относительно которой гибкость наибольшая. В нашем случае, очевидно, что  $\lambda_Z > \lambda_Y$ .

Для определения номера швеллера применяем метод последовательного приближения.

Шаг 1. Из практической формулы имеем  $A = F/(\varphi [\sigma])$ . Задаёмся  $\varphi_1 = 0,5$  и находим  $A = F/(\varphi_1[\sigma]) = 0,5/(0,5 \cdot 157) = 62,5 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2 = 62,5 \text{ см}^2$ .

Расчётная площадь сечения швеллера  $A_1 = 62,5/2 = 31,25 \text{ см}^2$ .

Из таблицы сортамента ГОСТ 8240-72 выбираем швеллер № 24, у которого  $A_{III} = 30,6 \text{ см}^2$ ,  $J_X = 208 \text{ см}^4$ ,  $z_o = 2,42 \text{ см}$ . Для сечения стойки  $J_Z = 2(J_X + A_{III}z_o^2) = 2(208 + 30,6 \cdot 2,42^2) = 774 \text{ см}^4$ ,

$$i_{\min} = \sqrt{\frac{J_{\min}}{2A_{III}}} = \sqrt{\frac{774}{2 \cdot 30,6}} = 3,7 \text{ см}, \quad \lambda = \frac{\mu L}{i_z} = \frac{0,7 \cdot 300}{3,7} = 57$$

Из таблицы 5 определяем для  $\lambda' = 50$ ,  $\varphi' = 0,89$ , для  $\lambda'' = 60$ ,  $\varphi'' = 0,86$ , а для

$\lambda = 57$  используя метод линейной интерполяции, имеем

$\varphi = 0,1(\lambda'' - \lambda)(\varphi' - \varphi'') + \varphi'' = 0,1(60 - 57)(0,89 - 0,86) + 0,86 = 0,87$ , так как значительно больше  $\varphi_1 = 0,5$ , расчёт следует продолжить.

Шаг 2. Задаёмся  $\varphi_2 = 0,5(\varphi_1 + \varphi) = 0,5(0,5 + 0,87) = 0,69$ .

$A = F/(\varphi_2[\sigma]) = 0,5 \cdot 10^4/(0,69 \cdot 160) = 45,3 \text{ см}^2$ ,  $A_2 = 45,3/2 = 22,7 \text{ см}^2$ .

Выбираем швеллер № 18:  $A_{III} = 20,7 \text{ см}^2$ ,  $J_X = 86 \text{ см}^4$ ,  $z_o = 1,94 \text{ см}$ ).

Для сечения стойки  $J_Z = 2(J_X + A_{III}z_o^2) = 2(86 + 20,7 \cdot 1,94^2) = 328 \text{ см}^4$ ,

$$i_{\min} = \sqrt{\frac{J_{\min}}{2A_{III}}} = \sqrt{\frac{328}{2 \cdot 20,7}} = 2,8 \text{ см}, \quad \lambda = \frac{\mu L}{i_{\min}} = \frac{0,7 \cdot 300}{2,8} = 75.$$

Из таблицы 5 для  $\lambda' = 70$ ,  $\varphi' = 0,81$ , для  $\lambda'' = 80$ ,  $\varphi'' = 0,75$ , а для  $\lambda = 75$  имеем  $\varphi_2 = 0,1(\lambda'' - \lambda)(\varphi' - \varphi'') + \varphi'' = 0,1(80 - 75)(0,81 - 0,75) + 0,75 = 0,78$

Выполним проверку:

фактическое напряжение в стержне

$$\sigma = \frac{F}{2A_{ш}} = \frac{0,5}{2 \cdot 20,7 \cdot 10^{-4}} = 121 \text{ МПа}$$

отклонение напряжения от допускаемого

$$\delta = \frac{(\sigma - \varphi[\sigma])}{\sigma} 100\% = \frac{(121 - 0,78 \cdot 160)}{121} 100\% = -3,1\%$$

следовательно, имеем недогрузку в 3 % в пределах допустимого  
окончательно выбираем швеллер № 18.

(допускается перегрузка до 5 %).

2) *Определение расстояния между соединительными планками*

Расстояние  $h$  между сварными швами (планками) рисунок 18 определяем из условия равной гибкости  $\lambda_{ш}$  одного швеллера между планками и  $\lambda$  стойки, то есть  $\lambda_{ш} = \lambda = 75$ . Минимальный радиус инерции для швеллера № 18 из таблицы сортамента  $i_{\min} = 2,04$  см,

$$\lambda_{ш} = \mu_{ш} h / i_{\min},$$

принимая  $\mu_{ш} = 1$ , имеем:

$$h = \lambda_{ш} i_{\min} / \mu_{ш} = 75 \cdot 2,04 / 1 = 153 \text{ см.}$$

Число участков между соединительными планками  $n = L/h = 300/153 = 1,96$ .

Округляя в большую сторону принимаем  $K = 2$  и расстояние между планками

$$h_{ш} = L/K = 300/2 = 150 \text{ см.}$$

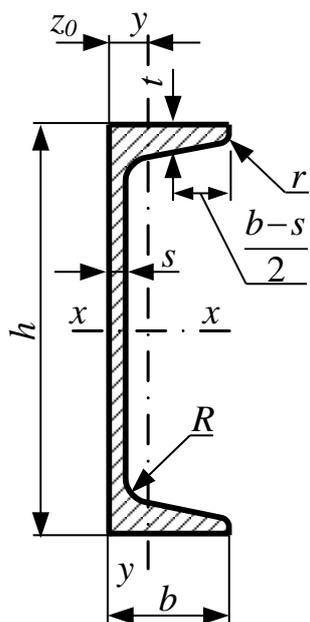
## ПРИЛОЖЕНИЕ

к расчёту на продольный изгиб

Таблица 5

Гибкость $\lambda$	φ для сталей	
	Ст2 , Ст3 , Ст4	Ст5
0	1,00	1,00
10	0,99	0,98
20	0,96	0,95
30	0,94	0,92
40	0,92	0,89
50	0,89	0,86
60	0,86	0,82
70	0,81	0,76
80	0,75	0,70
90	0,69	0,62
100	0,60	0,51
110	0,52	0,43
120	0,45	0,37
130	0,40	0,33
140	0,36	0,29
150	0,32	0,26
160	0,29	0,24
170	0,26	0,21
180	0,23	0,19
190	0,21	0,17
200	0,19	0,16

Швеллеры (ГОСТ 8240-89)

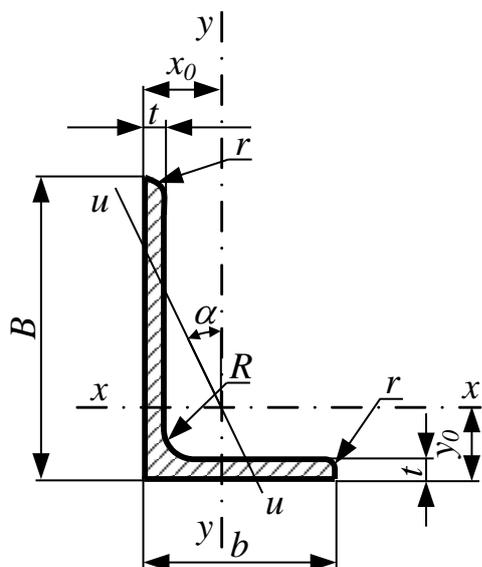


Обозначения:

- $h$  — высота швеллера;
- $b$  — ширина полки;
- $s$  — толщина стенки;
- $t$  — толщина полки;
- $R$  — радиус внутреннего закругления;
- $z_0$  — расстояние от оси  $y$ - $y$  до наружной грани стенки;
- $r$  — радиус закругления полки;
- $J$  — момент инерции;
- $W$  — момент сопротивления;
- $S$  — статический момент полусечения;
- $i$  — радиус инерции.

№ швеллера	Размеры						Площадь поперечного сечения	Масса 1 м, кг	Справочные значения для осей							$z_0$ , см
	$h$	$b$	$s$	$t$	$R$	$r$			$x$ - $x$				$y$ - $y$			
					не более				$J_x$ , см <sup>4</sup>	$W_x$ , см <sup>3</sup>	$i_x$ , см	$S_x$ , см <sup>3</sup>	$J_y$ , см <sup>4</sup>	$W_y$ , см <sup>3</sup>	$i_y$ , см	
	мм															
5	50	32	4,4	7,0	6,0	2,5	6,16	4,84	22,8	9,1	1,92	5,59	5,61	2,75	0,95	1,16
6,5	65	36	4,4	7,2	6,0	2,5	7,51	5,90	48,6	15,0	2,54	9,00	8,70	3,68	1,08	1,24
8	80	40	4,5	7,4	6,5	2,5	8,98	7,05	89,4	22,4	3,16	23,3	12,8	4,75	1,19	1,31
10	100	46	4,5	7,6	7,0	3,0	10,9	8,59	174	34,8	3,99	20,4	20,4	6,46	1,37	1,44
12	120	52	4,8	7,8	7,5	3,0	13,3	10,4	304	50,6	4,78	29,6	31,2	8,52	1,53	1,54
14	140	58	4,9	8,1	8,0	3,0	15,6	12,3	491	70,2	5,60	40,8	45,	11,0	1,70	1,67
16	160	64	5,0	8,4	8,5	3,5	18,1	14,2	747	93,4	6,42	54,1	63,3	13,8	1,87	1,80
16a	160	68	5,0	9,0	8,5	3,5	19,5	15,3	823	103	6,49	59,4	78,8	16,4	2,01	2,00
18	180	70	5,1	8,7	9,0	3,5	20,7	16,3	1090	121	7,24	69,8	86,0	17,0	2,04	1,94
20	200	76	5,2	9,0	9,5	4,0	23,4	18,4	1520	152	8,07	87,8	113	20,5	2,20	2,07
22	220	82	5,4	9,5	10,0	4,0	26,7	21,0	2110	192	8,89	110	151	25,1	2,37	2,21
24	240	90	5,6	10,0	10,5	4,0	30,6	24,0	2900	242	9,73	139	208	31,6	2,60	2,42
27	270	95	6,0	10,5	11,0	4,5	35,2	27,7	4160	308	10,9	178	262	37,3	2,73	2,47
30	300	100	6,5	11,0	12,0	5,0	40,5	31,8	5810	387	12,0	224	327	43,6	2,84	2,52
33	330	105	7,0	11,7	13,0	5,0	46,5	36,5	7980	484	13,1	281	410	51,8	2,97	2,59
36	360	110	7,5	12,6	14,0	6,0	53,4	41,9	$\frac{10820}{0}$	601	14,2	350	513	61,7	3,10	2,68
40	400	115	8,0	13,5	15,0	6,0	61,5	48,3	$\frac{15220}{0}$	761	15,7	444	642	73,4	3,23	2,75

1. Уголки неравнополочные (ГОСТ 8510-86)

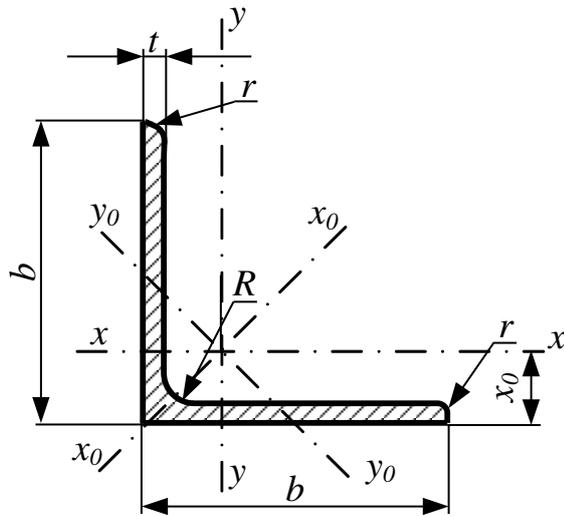


**Обозначения:**  
*B* — высота швеллера;  
*b* — ширина полки;  
*t* — толщина полки;  
*R* — радиус внутреннего закругления;  
*r* — радиус закругления полки;  
*J* — момент инерции;  
*i* — радиус инерции;  
*x<sub>0</sub>* , *y<sub>0</sub>* — расстояния от центра тяжести до наружных граней полки;  
*J<sub>xy</sub>* — центробежный момент инерции.

№ уголка	мм					Площадь поперечного сечения, см <sup>2</sup>	Справочные значения для осей						<i>x<sub>0</sub></i> , см	<i>y<sub>0</sub></i> , см	<i>J<sub>xy</sub></i> , см <sup>4</sup>	Угол наклона оси, tg α	Масса 1 м уголка, кг
	<i>B</i>	<i>b</i>	<i>t</i>	<i>R</i>	<i>r</i>		<i>x-x</i>		<i>y-y</i>		<i>u-u</i>						
							<i>J<sub>x</sub></i> , см <sup>4</sup>	<i>i<sub>x</sub></i> , см	<i>J<sub>y</sub></i> , см <sup>4</sup>	<i>i<sub>y</sub></i> , см	<i>J<sub>u<sub>min</sub></sub></i> , см <sup>4</sup>	<i>i<sub>u<sub>min</sub></sub></i> , см					
2,5/ 1,6	25	16	3	3,5	1,2	1,16	0,70	0,78	0,22	0,44	0,13	0,34	0,42	0,86	0,22	0,392	0,91
3,2/ 2	32	20	3			1,49	1,52	1,01	0,46	0,55	0,28	0,43	0,49	1,08	0,47	0,382	1,17
4,/ 2,5	40	25	4	4,0	1,3	1,89	3,06	1,27	0,93	0,70	0,56	0,54	0,59	1,32	0,96	0,385	1,48
			5			2,47	3,93	1,26	1,18	0,69	0,71	0,54	0,63	1,37	1,22	0,381	1,94
			3			3,03	4,73	1,25	1,41	0,68	0,86	0,5	0,66	1,41	1,44	0,374	2,37
4,5/ 2,8	45	28	3	5,0	1,7	2,14	4,41	1,48	1,32	0,79	0,79	0,61	0,64	1,47	1,38	0,382	1,68
5/ 3,2	50	32	4			2,80	5,68	1,42	1,69	0,78	1,02	0,60	0,68	1,51	1,77	0,379	2,20
5,6/ 3,6	56	36	3	5,5	1,8	2,42	6,18	1,60	1,99	0,91	1,18	0,70	0,72	1,60	2,01	0,403	1,90
			4			3,17	7,98	1,59	2,56	0,90	1,52	0,69	0,76	1,65	2,59	0,401	1,40
6,3/ 4,0	63	40	4	6,0	2,0	3,58	11,37	1,78	3,70	1,02	2,19	0,78	0,84	1,82	3,74	0,406	2,81
			5			4,41	13,82	1,77	4,48	1,01	2,65	0,78	0,88	1,87	4,50	0,404	3,46
			6			4,04	16,33	2,01	5,16	1,13	3,07	0,87	0,91	2,03	5,25	0,397	3,17
			8			4,98	19,91	2,00	6,26	1,12	3,73	0,86	0,95	2,08	6,41	0,396	3,91
			5			5,90	23,31	1,99	7,29	1,11	4,36	0,86	0,99	2,12	7,44	0,393	4,63
			8			7,68	29,60	1,96	9,15	1,09	5,58	0,85	1,07	2,20	9,27	0,386	6,03

№ уголка	мм					Площадь поперечного сечения, см <sup>2</sup>	Справочные значения для осей						x <sub>0</sub> , см	y <sub>0</sub> , см	J <sub>x</sub> , см <sup>4</sup>	Угол наклона оси, tg α	Масса 1 м уголка, кг
	B	b	t	R	r		x-x		y-y		u-u						
							J <sub>x</sub> , см <sup>4</sup>	i <sub>x</sub> , см	J <sub>y</sub> , см <sup>4</sup>	i <sub>y</sub> , см	J <sub>u</sub> min, см <sup>4</sup>	i <sub>u</sub> min, см					
7/ 4,5	70	45	5	7,5	2,5	5,59	27,76	2,23	9,05	1,27	5,34	0,98	1,05	2,28	9,12	0,406	4,39
8/ 5	80	50	5	8	2,7	6,36	41,64	2,56	12,68	1,41	7,57	1,00	1,13	2,60	13,20	0,387	4,49
						7,55	48,98	2,55	14,85	1,40	8,88	1,08	1,17	2,65	15,50	0,386	5,92
9/ 5,6	90	56	5,5	9	3,0	7,86	65,28	2,88	19,67	1,58	11,77	1,22	1,26	2,92	20,54	0,384	6,17
			6			8,54	70,58	2,88	21,22	1,58	12,70	1,22	1,28	2,95	22,23	0,384	6,70
			8			11,18	90,87	2,85	27,08	1,56	16,29	1,21	1,36	3,04	28,33	0,380	8,77
10/ 6,3	100	63	6	10	3,3	9,58	98,29	3,20	30,58	1,79	18,20	1,38	1,42	3,23	31,50	0,393	7,53
			7			11,09	112,86	3,19	34,99	1,78	20,83	1,37	1,46	3,28	36,10	0,392	8,70
			8			12,57	126,96	3,18	39,21	1,77	23,38	1,36	1,50	3,32	40,50	0,391	9,87
			10			15,47	153,95	3,15	47,18	1,75	28,34	1,35	1,58	3,40	48,60	0,387	12,14
11/ 7	110	70	6,5	11	3,7	11,45	142,42	3,53	45,61	2,00	26,94	1,53	1,58	3,55	46,80	0,402	8,98
			8			13,93	171,54	3,51	54,64	1,98	32,31	1,52	1,64	3,61	55,90	0,400	10,93
12,5 8	125	80	7	12	4,0	14,06	226,53	4,01	73,73	2,29	43,40	1,76	1,80	4,01	74,70	0,407	11,04
			8			15,98	225,62	4,00	80,95	2,28	48,82	1,7	1,84	4,05	84,10	0,406	12,58
			10			19,70	311,61	3,98	100,47	2,26	59,33	1,74	1,92	4,14	102	0,404	15,47
			12			23,36	364,79	3,95	116,84	2,24	69,47	1,72	2,00	4,22	118	0,400	18,34
14/ 9	140	90	8	13	4,3	18,00	363,68	4,49	119,79	2,58	70,27	1,58	2,03	4,49	121	0,411	14,13
			10			22,24	444,45	4,47	145,54	2,58	85,51	1,96	2,12	4,58	147	0,409	17,46
16/ 10	160	100	9	14	4,7	22,87	605,97	5,15	186,03	2,85	110,40	2,20	2,24	5,19	194	0,391	17,96
			10			25,28	666,59	5,13	204,09	2,84	121,16	2,19	2,28	5,23	213	0,390	19,85
			12			30,04	784,22	5,11	238,75	2,82	142,14	2,18	2,36	5,32	249	0,388	23,58
			14			34,72	897,19	5,08	271,60	2,80	162,49	2,16	2,43	5,40	282	0,385	27,26
18/ 11	180	110	10	14	4,7	28,33	952,28	5,80	276,37	3,12	165,44	2,42	2,44	5,88	295	0,376	22,20
			12			33,69	1122,19	5,77	324,09	3,10	194,28	2,40	2,52	5,97	348	0,374	26,40
20/ 12,5	200	125	11	14	4,7	34,87	1449,02	6,45	446,36	3,58	263,84	2,75	2,79	6,50	465	0,392	27,37
			12			37,89	1568,19	6,43	481,93	3,57	285,04	2,74	2,83	6,54	503	0,392	29,74
			14			43,87	1800,83	6,41	550,77	3,54	326,54	2,73	2,91	6,62	575	0,390	34,43
			16			49,77	2026,08	6,38	616,66	3,52	366,99	2,72	2,99	6,71	643	0,388	39,07

2. Уголки равнополочные (ГОСТ 8509-93)



Обозначения:

- $b$  — ширина полки;
- $t$  — толщина полки;
- $R$  — радиус внутреннего закругления;
- $r$  — радиус закругления полки;
- $J$  — момент инерции;
- $i$  — радиус инерции;
- $x_0$  — расстояния от центра тяжести до наружной грани полки;
- $J_{xy}$  — центробежный момент инерции.

№ уголка	мм				Площадь поперечного сечения, см <sup>2</sup>	Справочные значения для осей						$J_{xy}$ , см <sup>4</sup>	$x_0$ , см	Масса 1 м уголка, кг			
	$b$	$t$	$R$	$r$		$x-x$		$x_0-x_0$		$y_0-y_0$							
						$J_x$ , см <sup>4</sup>	$i_x$ , см	$J_{x0max}$ , см <sup>4</sup>	$i_{x0max}$ , см	$J_{y0min}$ , см <sup>4</sup>	$i_{y0min}$ , см						
2	20	3	3,5	1,2	1,13	0,40	0,59	0,63	0,75	0,17	0,39	0,23	0,60	0,89			
		4	3,5	1,2	1,46	0,50	0,58	0,78	0,73	0,22	0,38				0,28	0,64	1,15
2,5	25	3	3,5	1,2	1,43	0,81	0,75	1,29	0,95	0,34	0,49	0,47	0,73	1,12			
		4	3,5	1,2	1,86	1,03	0,74	1,62	0,93	0,44	0,48				0,59	0,76	1,46
2,8	28	3	4,0	1,3	1,62	1,16	0,85	1,84	1,07	0,48	0,55	0,68	0,80	1,27			
3	30	3	4,0	1,3	1,74	1,45	0,91	2,30	1,15	0,60	0,59	0,85	0,85	1,36			
		4	4,0	1,3	2,27	1,84	0,90	2,92	1,13	0,77	0,58				1,08	0,89	1,78
3,2	32	3	4,5	1,5	1,86	1,77	0,97	2,80	1,23	0,74	0,63	1,03	0,89	1,46			
		4	4,5	1,5	2,43	2,26	0,96	3,58	1,21	0,94	0,62				1,32	0,94	1,91
3,5	35	3	4,5	1,5	2,04	2,35	1,07	3,72	1,35	0,97	0,69	1,37	0,97	1,60			
		4	4,5	1,5	2,67	3,01	1,06	4,76	1,33	1,25	0,68				1,75	1,01	2,10
		5	4,5	1,5	3,28	3,61	1,05	5,71	1,32	1,52	0,68				2,10	1,05	2,58
4	40	3	5,0	1,7	2,35	3,55	1,23	5,63	1,55	1,47	0,79	2,08	1,09	1,85			
		4	5,0	1,7	3,08	4,58	1,22	7,26	1,53	1,90	0,78				2,68	1,13	2,42
		5	5,0	1,7	3,79	5,53	1,21	8,75	1,52	2,30	0,78				3,22	1,17	2,98
4,5	45	3	5,0	1,7	2,65	5,13	1,39	8,13	1,75	2,12	0,89	3,00	1,21	2,08			
		4	5,0	1,7	3,48	6,63	1,38	10,52	1,74	2,74	0,89				3,89	1,26	2,73
		5	5,0	1,7	4,29	8,03	1,37	12,74	1,72	3,33	0,88				4,71	1,30	3,37
5	50	3	5,5	1,8	2,96	7,11	1,55	11,27	1,95	2,95	1,00	4,16	1,33	2,32			
		4	5,5	1,8	3,89	9,21	1,54	14,63	1,94	3,80	0,99				5,42	1,38	3,05
		5	5,5	1,8	4,80	11,20	1,53	17,77	1,92	4,63	0,98				6,57	1,42	3,77
		6	5,5	1,8	5,69	13,07	1,52	20,72	1,91	5,43	0,98				7,65	1,46	4,47

№ уголка	мм				Площадь поперечного сечения, см <sup>2</sup>	Справочные значения для осей						$J_{xy}$ , см <sup>4</sup>	$x_0$ , см	Масса 1 м уголка, кг
	$b$	$t$	$R$	$r$		$x-x$		$x_0-x_0$		$y_0-y_0$				
						$J_x$ , см <sup>4</sup>	$i_x$ , см	$J_{x0max}$ , см <sup>4</sup>	$i_{x0max}$ , см	$J_{y0min}$ , см <sup>4</sup>	$i_{y0min}$ , см			
5,6	56	4	6,0	2,0	4,38	13,10	1,73	20,79	2,18	5,41	1,11	7,69	1,52	3,44
		5	6,0	2,0	5,41	15,97	1,72	25,36	2,16	6,59	1,10	9,41	1,57	4,25
6,3	63	4	7,0	2,3	4,96	18,86	1,95	29,90	2,45	7,81	1,25	11,00	1,69	3,90
		5	7,0	2,3	6,13	23,10	1,94	36,80	2,44	9,52	1,25	13,70	1,74	4,81
		6	7,0	2,3	7,28	27,06	1,93	42,91	2,43	11,18	1,24	15,90	1,78	5,72
7	70	4,5	8,0	2,7	6,20	29,04	2,16	46,03	2,72	12,04	1,39	17,00	1,88	4,87
		5	8,0	2,7	6,86	31,94	2,16	50,67	2,72	13,22	1,39	18,70	1,90	5,38
		6	8,0	2,7	8,15	37,58	2,15	59,64	2,71	15,52	1,38	22,10	1,94	6,39
		7	8,0	2,7	9,42	42,98	2,14	68,19	2,69	17,77	1,37	25,20	1,99	7,39
		8	8,0	2,7	10,67	48,16	2,12	76,35	2,68	19,97	1,37	28,20	2,02	8,37
7,5	75	5	9,0	3,0	7,39	39,53	2,31	62,65	2,91	16,41	1,49	23,10	2,02	5,80
		6	9,0	3,0	8,78	46,57	2,30	73,87	2,90	19,28	1,48	27,30	2,06	6,89
		7	9,0	3,0	10,15	53,34	2,29	84,61	2,89	22,07	1,47	31,20	2,10	7,96
		8	9,0	3,0	11,50	59,84	2,28	94,89	2,87	24,80	1,47	35,00	2,15	9,02
		9	9,0	3,0	12,83	66,10	2,27	104,72	2,86	27,48	1,46	38,60	2,18	10,07
8	80	5,5	9,0	3,0	8,63	52,68	2,47	83,56	3,11	21,80	1,59	30,90	2,17	6,78
		6	9,0	3,0	9,38	56,97	2,47	90,40	3,11	23,54	1,58	33,40	2,19	7,36
		7	9,0	3,0	10,85	65,31	2,45	103,60	3,09	26,97	1,58	38,30	2,23	8,51
		8	9,0	3,0	12,30	73,36	2,44	116,39	3,08	30,32	1,57	43,00	2,27	9,65
9	90	6	10,0	3,3	10,61	82,10	2,78	130,00	3,50	33,97	1,79	48,10	2,43	8,33
		7	10,0	3,3	12,28	94,30	2,77	149,67	3,49	38,94	1,78	55,40	2,47	9,64
		8	10,0	3,3	13,93	106,11	2,76	168,42	3,48	43,80	1,77	62,30	2,51	10,93
		9	10,0	3,3	15,60	118,00	2,75	186,00	3,46	48,60	1,77	68,00	2,55	12,20
10	100	6,5	12,0	4,0	12,82	122,10	3,09	193,46	3,89	50,73	1,99	71,40	2,68	10,06
		7	12,0	4,0	13,75	130,59	3,08	207,01	3,88	54,16	1,98	76,40	2,71	10,79
		8	12,0	4,0	15,60	147,19	3,07	233,46	3,87	60,92	1,98	86,30	2,75	12,25
		10	12,0	4,0	19,24	178,95	3,05	283,83	3,84	74,08	1,96	110,00	2,83	15,10
		12	12,0	4,0	22,80	208,90	3,03	330,95	3,81	86,84	1,95	122,00	2,91	17,90
		14	12,0	4,0	26,28	237,15	3,00	374,98	3,78	99,32	1,94	138,00	2,99	20,63
11	110	7	12,0	4,0	15,15	175,61	3,40	278,54	4,29	72,68	2,19	106,00	2,96	11,89
		8	12,0	4,0	17,20	198,17	3,39	314,51	4,28	81,83	2,18	116,00	3,00	13,50

№ уголка	мм				Площадь поперечного сечения, см <sup>2</sup>	Справочные значения для осей						$J_{xy}$ , см <sup>4</sup>	$x_0$ , см	Масса 1 м уголка, кг
	$b$	$t$	$R$	$r$		$x-x$		$x_0-x_0$		$y_0-y_0$				
						$J_x$ , см <sup>4</sup>	$i_x$ , см	$J_{x0\max}$ , см <sup>4</sup>	$i_{x0\max}$ , см	$J_{y0\min}$ , см <sup>4</sup>	$i_{y0\min}$ , см			
12,5	125	8	14,0	4,6	19,69	294,36	3,87	466,76	4,87	121,98	2,49	172,00	3,36	15,46
		9	14,0	4,6	22,00	327,48	3,86	520,00	4,86	135,88	2,48	192,00	3,40	17,30
		10	14,0	4,6	24,33	359,82	3,85	571,04	4,84	148,59	2,47	211,00	3,45	19,10
		12	14,0	4,6	28,89	422,23	3,82	670,02	4,82	174,43	2,46	248,00	3,53	22,68
		14	14,0	4,6	33,37	481,76	3,80	763,90	4,78	199,62	2,45	282,00	3,61	26,20
		16	14,0	4,6	37,77	538,56	3,78	852,84	4,75	224,29	2,44	315,00	3,68	29,65
14	140	9	14,0	4,6	24,72	465,72	4,34	739,42	5,47	192,03	2,79	274,00	3,76	19,41
		10	14,0	4,6	27,33	512,29	4,33	813,62	5,46	210,96	2,78	301,00	3,82	21,45
		12	14,0	4,6	32,49	602,49	4,31	956,98	5,43	248,01	2,76	354,00	3,90	25,50
16	160	10	16,0	5,3	31,43	774,24	4,96	1229,10	6,25	319,33	3,19	455,00	4,30	24,67
		11	16,0	5,3	34,42	844,21	4,95	1340,06	6,24	347,77	3,18	496,00	4,35	27,02
		12	16,0	5,3	37,39	912,89	4,94	1450,00	6,23	375,78	3,17	537,00	4,39	29,35
		14	16,0	5,3	43,57	1046,47	4,92	1662,13	6,20	430,81	3,16	615,00	4,47	34,20
		16	16,0	5,3	49,07	1175,19	4,89	1865,73	6,17	484,64	3,14	690,00	4,55	38,52
		18	16,0	5,3	54,79	1290,24	4,87	2061,03	6,13	537,46	3,13	771,00	4,63	43,01
18	180	20	16,0	5,3	60,40	1418,85	4,85	2248,26	6,10	589,43	3,12	830,00	4,70	47,41
		11	16,0	5,3	38,80	1216,44	5,60	1933,10	7,06	499,78	3,59	716,00	4,85	30,47
20	200	12	16,0	5,3	42,19	1316,62	5,59	2092,78	7,04	540,45	3,58	776,00	4,89	33,12
		12	18,0	6,0	47,10	1822,78	6,22	2896,16	7,84	749,40	3,99	1073,00	5,37	36,97
		13	18,0	6,0	50,85	1960,77	6,21	3116,18	7,83	805,35	3,98	1156,00	5,42	39,92
		14	18,0	6,0	54,60	2097,00	6,20	3333,00	7,81	861,00	3,97	1236,00	5,46	42,80
		16	18,0	6,0	61,98	2362,57	6,17	3755,39	7,78	969,74	3,96	1393,00	5,54	48,65
		20	18,0	6,0	76,54	2871,47	6,12	4860,42	7,72	1181,92	3,93	1689,00	5,70	60,08
		25	18,0	6,0	94,29	3466,21	6,06	5494,04	7,63	1438,38	3,91	2028,00	5,89	74,02
22	220	30	18,0	6,0	111,54	4019,60	6,00	6351,05	7,55	1698,16	3,89	2332,00	6,07	87,56
		14	21,0	7,0	60,38	2814,36	6,83	4470,15	8,60	1158,56	4,38	1655,00	5,91	47,40
25	250	16	21,0	7,0	68,58	3175,44	6,80	5045,37	8,58	1305,52	4,36	1869,00	6,02	53,83
		16	24,0	8,0	78,40	4717,10	7,76	7492,10	9,78	1942,09	4,98	2775,00	6,75	61,55
		18	24,0	8,0	87,72	5247,24	7,73	8336,69	9,75	2157,78	4,96	3089,00	6,83	68,86
		20	24,0	8,0	96,96	5764,87	7,71	9159,73	9,72	2370,01	4,94	3395,00	6,91	76,11
		22	24,0	8,0	106,12	6270,32	7,69	9961,30	9,69	2579,04	4,93	3691,00	7,00	83,31
		25	24,0	8,0	119,71	7006,39	7,65	11125,52	9,64	2887,26	4,91	4119,00	7,11	93,97
		28	24,0	8,0	133,12	7716,86	7,61	12243,84	9,59	3189,89	4,90	4527,00	7,23	104,50
		30	24,0	8,0	141,96	8176,82	7,59	12964,66	9,56	3388,98	4,89	4788,00	7,31	111,44
		35	24,0	8,0	163,71	9281,05	7,53	14682,73	9,47	3879,37	4,87	5401,68	7,53	128,51

Материал	Модуль упругости, МПа		Коэффициент Пуассона, $\nu$
	E	G	
Чугун белый, серый	$(1,15 \dots 1,60) \cdot 10^5$	$4,5 \cdot 10^4$	0,23 ... 0,27
Чугун ковкий	$1,55 \cdot 10^5$	-	-
Сталь углеродистая	$(2,0 \dots 2,1) \cdot 10^5$	$(8,0 \dots 8,1) \cdot 10^4$	0,24 ... 0,28
Сталь легированная	$(2,1 \dots 2,2) \cdot 10^5$	$(8,0 \dots 8,1) \cdot 10^4$	0,25 ... 0,30
Медь прокатная	$1,1 \cdot 10^5$	$4,0 \cdot 10^4$	0,31 ... 0,34
Медь холоднотянутая	$1,3 \cdot 10^5$	$4,9 \cdot 10^4$	-
Медь литая	$0,84 \cdot 10^5$	-	-
Бронза фосфористая катаная	$1,15 \cdot 10^5$	$4,2 \cdot 10^4$	0,32 ... 0,35
Бронза марганцовистая катаная	$1,1 \cdot 10^5$	$4,0 \cdot 10^4$	0,35
Бронза алюминиевая литая	$1,05 \cdot 10^5$	$4,2 \cdot 10^4$	-
Латунь холоднотянутая	$(0,91 \dots 0,99) \cdot 10^5$	$(3,5 \dots 3,7) \cdot 10^4$	0,31 ... 0,42
Латунь корабельная катаная	$1,0 \cdot 10^5$	-	0,36
Алюминий катаный	$0,69 \cdot 10^5$	$(2,6 \dots 2,7) \cdot 10^4$	0,32 ... 0,36
Проволока алюминиевая тянутая	$0,7 \cdot 10^5$	-	-
Дуралюмин катаный	$0,71 \cdot 10^5$	$2,7 \cdot 10^4$	-
Цинк катаный	$0,84 \cdot 10^5$	$3,2 \cdot 10^4$	0,27
Свинец	$0,17 \cdot 10^5$	$0,7 \cdot 10^4$	0,42
Лед	$0,1 \cdot 10^5$	$(0,28 \dots 0,3) \cdot 10^4$	-
Стекло	$0,56 \cdot 10^5$	$2,2 \cdot 10^4$	0,25
Гранит	$0,49 \cdot 10^5$	-	-
Известняк	$0,42 \cdot 10^5$	-	-
Мрамор	$0,56 \cdot 10^5$	-	-
Песчаник	$0,18 \cdot 10^5$	-	-
Каменная кладка из гранита	$(0,09 \dots 0,1) \cdot 10^5$	-	-
Каменная кладка из известняка	$0,06 \cdot 10^5$	-	-
Каменная кладка из кирпича	$(0,027 \dots 0,03) \cdot 10^5$	-	-
Бетон при пределе прочности, МПа			
10	$(0,146 \dots 0,169) \cdot 10^5$	-	0,16 ... 0,18
15	$(0,164 \dots 0,214) \cdot 10^5$	-	0,16 ... 0,18
20	$(0,182 \dots 0,232) \cdot 10^5$	-	0,16 ... 0,18
Дерево вдоль волокон	$(0,1 \dots 0,12) \cdot 10^5$	$0,055 \cdot 10^4$	-
Дерево поперек волокон	$(0,005 \dots 0,01) \cdot 10^5$	-	-
Каучук	$0,00008 \cdot 10^5$	-	0,47
Текстолит	$(0,06 \dots 0,1) \cdot 10^5$	-	-
Гетинакс	$(0,1 \dots 0,17) \cdot 10^5$	-	-
Бакелит	$(2 \dots 3) \cdot 10^3$	-	0,36
Висхомлит (ИМ-44)	$(40 \dots 42) \cdot 10^2$	-	0,37
Целлулоид	$(14,3 \dots 27,5) \cdot 10^2$	-	0,33 ... 0,38

## Ориентировочные значения основных допускаемых напряжений

Материал	Допускаемое напряжение[ $\sigma$ ], МПа	
	на растяжение	на сжатие
Чугун серый в отливках	28 ... 80	120 ... 150
Сталь Ст2		140
Сталь Ст3		160
Сталь Ст3 в мостах		140
Сталь машиностроительная (конструкционная) углеродистая		60 ... 250
Сталь машиностроительная (конструкционная) легированная		100 ... 400 и выше
Медь		30 ... 120
Латунь		70 ... 140
Бронза		60 ... 120
Алюминий		30 ... 80
Бронза алюминиевая		80 ... 120
Дуралюмин		80 ... 150
Текстолит		30 ... 40
Гетинакс		50 ... 70
Фанера бакелизованная		40 ... 50
Сосна вдоль волокон	7 ... 10	10 ... 12
Сосна поперек волокон	-	1,5 ... 2
Дуб вдоль волокон	9 ... 13	13 ... 15
Дуб поперек волокон	-	2 ... 3,5
Каменная кладка	до 0,3	0,5 ... 4
Кирпичная кладка	до 0,2	0,6 ... 2,5
Бетон	0,1 ... 0,7	1,0 ... 9

**Допускаемые напряжения на срез для заклепочных и сварных соединений**

Тип соединений	Напряжение на срез, МПа
Заклепочное:	
основные элементы из стали 20	100
заклепка в рассверленных отверстиях (класс В)	140
заклепка в продавленных отверстиях (класс С)	100
Сварное:	
сварка ручная, электроды с тонкой обмазкой	80
сварка ручная, электроды с толстой обмазкой	110
сварка автоматическая	110

**Пределы текучести и прочности при растяжении**

Материал	Предел текучести $\sigma_T$ (МПа)	Предел прочности $\sigma_B$ (МПа)
Углеродистые стали	180-470	320-900
Ст.3	240	380-470
Ст.6	310	600-720
Легированные стали	400-1500	700-1700
Сталь хромистая 20Х	650	800
Сталь хромокремнемарганцевая 35ХГСА	1400	1650
Чугун	-	120-380
Алюминиевые сплавы	70-380	130-420
Дюралюминий Д16	330	450-500
Магниевые сплавы	55-220	170-340
Титановый сплав ВТ4	700-800	800-900
Циркониевые сплавы	80-450	200-480
Уран	250	600
Бериллий	-	280-380
Текстолит	-	80-100
Сосна вдоль волокон	-	80
Стекло	-	30-90
Органическое стекло	-	75
Стеклопластик	-	1000
Бетон	-	-

## Коэффициенты продольного изгиба

Гибкость $\lambda$	коэффициент $\phi$				Гибкость $\lambda$	коэффициент $\phi$			
	Ст2 Ст3 Ст4	Ст5	Чугун	Дерево		Ст2 Ст3 Ст4	Ст5	Чугун	Дерево
0	1,00	1	1	1					
10	0,99	0,98	0,97	0,99	110	0,52	0,43	-	0,25
20	0,96	0,95	0,91	0,97	120	0,45	0,36	-	0,22
30	0,94	0,92	0,81	0,93	130	0,40	0,33	-	0,18
40	0,92	0,89	0,69	0,87	140	0,36	0,29	-	0,16
50	0,89	0,86	0,57	0,80	150	0,32	0,26	-	0,14
60	0,86	0,82	0,44	0,71	160	0,29	0,24	-	0,12
70	0,81	0,76	0,34	0,60	170	0,26	0,21	-	0,11
80	0,75	0,70	0,26	0,48	180	0,23	0,19	-	0,10
90	0,69	0,62	0,20	0,38	190	0,21	0,17	-	0,09
100	0,60	0,51	0,16	0,31	200	0,19	0,16	-	0,08

## Единицы международной системы СИ, встречающиеся при расчетах

Наименование величины	Единица	
	Наименование	Обозначение
<b>Основные единицы</b>		
Длина	Метр	м
Масса	Килограмм	кг
Время	Секунда	с
<b>Дополнительные единицы</b>		
Плоский угол	РадIAN	рад
<b>Производные единицы</b>		
Частота	Герц	Гц
Угловая скорость (угловая частота)	РадIAN на секунду	рад/с
Скорость	Метр на секунду	м/с
Ускорение	Метр на секунду в квадрате	м/с <sup>2</sup>
Площадь	Метр в квадрате	м <sup>2</sup>
Статистический момент сечения (объем)	Метр в кубе	м <sup>3</sup>
Осевой момент инерции площади сечения	Метр в четвертой степени	м <sup>4</sup>
Плотность	Килограмм на метр в кубе	кг/м <sup>3</sup>
Сила	НьюТон	Н
Удельный вес	НьюТон на метр в кубе	Н/м <sup>3</sup>
Напряжение, давление, распределенная нагрузка	Паскаль	Па
Погонная нагрузка	НьюТон на метр	Н/м
Момент силы	НьюТон-метр	Н·м
Работа и энергия	Джоуль	Дж
Мощность	Ватт	Вт

Некоторые основные и производные единицы, имеющие специальные названия (м, с, Гц, Н, Па, Дж, Вт), в окончательных результатах расчетов можно увеличивать или уменьшать, используя для этого соответствующие приставки.

Приставка	Обозначение	Множитель
Тера	T	$10^{12}$
Гига	G	$10^9$
Мега	M	$10^6$
Кило	k	$10^3$
Гекто	h	$10^2$
Дека	da	$10^1$
Деци	d	$10^{-1}$
Санتي	c	$10^{-2}$
Милли	m	$10^{-3}$
Микро	μk	$10^{-6}$
Нано	n	$10^{-9}$
Пико	p	$10^{-12}$

### Латинский алфавит

Печатные буквы	Рукописные буквы	Название	Печатные буквы	Рукописные буквы	Название
A a	A a	а	N n	N n	эн
B b	B b	бэ	O o	O o	о
C c	C c	цэ	P p	P p	пэ
D d	D d	дэ	Q q	Q q	ку
E e	E e	э	R r	R r	эр
F f	F f	эф	S s	S s	эс
G g	G g	гэ (жэ)	T t	T t	тэ
H h	H h	ха (аш)	U u	U u	у
I i	I i	и	V v	V v	вэ
J j	J j	йот	W w	W w	дубль вэ
K k	K k	(жи)	X x	X x	икс
L l	L l	ка	Y y	Y y	игрек
M m	M m	эль	Z z	Z z	зет
		эм			(дзет)

### Греческий алфавит

Αα	альфа	Νν	ню (ни)
Ββ	бэта	Ξξ	кси
Γγ	гамма	Οο	омикрон
Δδ	дельта	Ππ	пи
Εε	эпсилон	Ρρ	ро
Ζζ	дзета	Σσ	сигма
Ηη	эта	Ττ	тау
Θθ	тэта	Φφ	фи
Ιι	йота	Χχ	хи
Κκ	капа	Υυ	юпсилон (ипсилон)
Λλ	ламбда	Ψψ	пси
Μμ	мю (ми)	Ωω	омега

Корни квадратного уравнения  $ax^2+bx+c=0$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Некоторые приближенные формулы. Если  $\alpha < 1$ , то

$$(1 \pm \alpha)^2 = 1 \pm n\alpha$$

$$e^\alpha = 1 + \alpha$$

$$\ln(1 + \alpha) = \alpha$$

$$\sin \alpha = \alpha$$

$$\cos \alpha = 1 - \alpha^2 / 2$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \alpha$$

Основные тригонометрические формулы:

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sec^2 \alpha - \operatorname{tg}^2 \alpha = 1$$

$$\csc^2 \alpha - \operatorname{ctg}^2 \alpha = 1$$

$$\sin \alpha \cdot \csc \alpha = 1$$

$$\cos \alpha \cdot \sec \alpha = 1$$

$$\operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha = 1$$

$$\sin \alpha = \frac{1}{\sqrt{1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha}}$$

$$\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha}}$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2 \operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha}$$

$$\operatorname{ctg} 2\alpha = \frac{\operatorname{ctg}^2 \alpha - 1}{2 \operatorname{ctg} \alpha}$$

$$\sin^2 \frac{\alpha}{2} = \frac{1 - \cos \alpha}{2}$$

$$\cos^2 \frac{\alpha}{2} = \frac{1 + \cos \alpha}{2}$$

$$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \pm \sin \alpha \sin \beta$$

$$\operatorname{tg}(\alpha \pm \beta) = \frac{\operatorname{tg} \alpha \pm \operatorname{tg} \beta}{1 \pm \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \beta}$$

$$\operatorname{ctg}(\alpha \pm \beta) = \frac{\operatorname{ctg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \beta \pm 1}{\operatorname{ctg} \beta \pm \operatorname{ctg} \alpha}$$

$$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\sin \alpha - \sin \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\operatorname{tg} \alpha \pm \operatorname{tg} \beta = \frac{\sin(\alpha \pm \beta)}{\cos \alpha \cdot \cos \beta}$$

$$\operatorname{ctg} \alpha \pm \operatorname{ctg} \beta = \pm \frac{\sin(\alpha \pm \beta)}{\sin \alpha \cdot \sin \beta}$$

$$2 \sin \alpha \cdot \sin \beta = \cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta)$$

$$2 \cos \alpha \cdot \cos \beta = \cos(\alpha - \beta) + \cos(\alpha + \beta)$$

$$2 \sin \alpha \cdot \cos \beta = \sin(\alpha - \beta) + \sin(\alpha + \beta)$$

Функция	Производная	Функция	Производная
$x^n$	$nx^{n-1}$	$\sin x$	$\cos x$
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$	$\cos x$	$-\sin x$
$\frac{1}{x^n}$	$-\frac{n}{x^{n+1}}$	$\operatorname{tg} x$	$\frac{1}{\cos^2 x}$
$\sqrt{x}$	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$	$\operatorname{ctg} x$	$-\frac{1}{\sin^2 x}$
$e^x$	$e^x$	$\arcsin x$	$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$e^{nx}$	$ne^{nx}$	$\arccos x$	$-\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$a^x$	$a^x \ln a$	$\operatorname{arctg} x$	$\frac{1}{1+x^2}$
$\ln x$	$\frac{1}{x}$	$\operatorname{arccot} x$	$-\frac{1}{1+x^2}$
$\sqrt{u}$	$\frac{u'}{2\sqrt{u}}$	$\operatorname{sh} x$	$\operatorname{ch} x$
$\ln u$	$\frac{u'}{u}$	$\operatorname{ch} x$	$-\operatorname{sh} x$
$\frac{u}{v}$	$\frac{vu' - uv'}{v^2}$	$\operatorname{th} x$	$\frac{1}{\operatorname{ch}^2 x}$
		$\operatorname{cth} x$	$-\frac{1}{\operatorname{sh}^2 x}$
$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1}, n \neq -1$ $\int \frac{dx}{x} = \ln x$ $\int \sin x dx = -\cos x$ $\int \cos x dx = \sin x$ $\int \operatorname{tg} x dx = -\ln \cos x$ $\int \operatorname{ctg} x dx = \ln \sin x$		$\int \frac{dx}{\cos^2 x} = \operatorname{tg} x$ $\int \frac{dx}{\sin^2 x} = -\operatorname{ctg} x$ $\int e^x dx = e^x$ $\int \frac{dx}{1+x^2} = \operatorname{arctg} x$ $\int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = \arcsin x$ $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2-1}} = \ln(x + \sqrt{x^2-1})$	

Основные обозначения

Приложение 13

№	Название	обозначение
1	2	3
1	Внешние силы	$P, F$
2	Равнодействующая	$R$
3	Реакция опор	$V_a H_a V_b H_b$
4	Вес стержня	$Q$
5	Удельный вес материала	$\gamma$
6	Внутренние силы: Нормальная Поперечная Крутящий момент	$N$ $Q_{yx}$ $M_x$ или $M_k$
7	Удельное давление	$\rho$
8	Погонная сила	$q$
9	Натяжение ветвей ремня	$T t$
10	Напряжения : Нормальные Главные касательные полные в наклонных сечениях допускаемые при растяжении сжатии.	$\sigma_{x,y,z}$ $\sigma_{1,2,3}$ $\tau_{yx} \tau_{xy}$ $P$ $\sigma_a \tau_a$ $[\tau] [\sigma]$ $[\sigma_p]$ $[\sigma_c]$
11	Момент инерции : Осевые Полярные Центробежный При кручении некруглых стержней	$j_z j_y$ $J_p$ $j_{yz}$ $j_k$
12	Моменты сопротивления: Осевые Полярные Центробежный При кручении некруглых стержней	$W$ $W_Y W_Z$ $W_p$ $W$
13	Модули упругости: Продольной упругости Модуль сдвига Приведенный модуль упругости	$E$ $G$ $E_{пр}$
14	Деформации: Линейная абсолютная Линейная относительная Угол сдвига Угол закручивания Относительный угол закручивания Угол поворота сечения балки при изгибе Прогиб	$\Delta t$ $\varepsilon$ $\gamma$ $\Psi$ $\theta$ $\theta$ $y, z$
15	Мощность	$N, W$
16	Работа	$A$
17	Энергия потенциальная Кинетическая	$U$ $T$

18	Удельная энергия	$u$
19	Удельная работа	$a$
20	Площадь поперечного сечения	$F, A$
21	Радиусы инерции	$i_z, i_y$
22	Статические моменты	$S_y, S_z$
23	Осадка пружины	$\lambda$
24	Диаметр пружины: Наружный Внутренний Средний Диаметр проволоки	$D_H$ $D_B$ $D$ $d$
25	Перемещения: От задних сил От единичных сил	$\Delta_{lp}$ $\delta_{ki}$
26	Коэффициенты запаса: Статические Циклические (изгиб с кручением) Нормативные Запаса устойчивости	$n_r, n_B$ $n_{\sigma}, n_{\tau}$ $n$ $[n_r], [n_B]$ $n$
27	Динамическая сила Динамическое напряжение	$P_g, F_g$ $\sigma_d$
32	Критическая сила Критическое напряжение	$P_{кр}$ $\sigma_{кр}$
29	Коэффициент продольного изгиба Коэффициент закрепления концов стержня	$\Psi$ $\mu$
30	Коэффициент асимметрии цикла Амплитуда цикла Среднее напряжение	$\tau_{\sigma}, \tau_{\tau}$ $\sigma_a$ $\sigma_{cp}$
31	Коэффициент концентрации напряжения: Теоретический Эффективный	$\alpha_{\sigma}, \alpha_{\tau}$ $\alpha_{\sigma\text{эф}}$
32	Коэффициент качества поверхности	$\beta_{\sigma}, \beta_{\tau}$
33	Масштабный коэффициент	$\varepsilon_{\sigma}, \varepsilon_{\tau}$
34	Коэффициент влияния асимметрии цикла	$\Psi_{\sigma}, \Psi_{\tau}$
35	Предел выносливости материала: При симметричном цикле При пульсирующем цикле При любом цикле	$\sigma_{-1}, \tau_{-1}$ $\sigma_0, \tau_0$ $\sigma_r, \tau_r$
36	Предел выносливости детали	$\sigma_{-1g}, \tau_{-1g}$

Упругие характеристики материалов

Приложение 14

Наименование материала	Модуль упругости $E \cdot 10^{-5}$ , МПа	Модуль сдвига $G \cdot 10^{-4}$ , МПа	Коэффициент поперечной деформации $\mu$	Удельный вес $\gamma$ , $\frac{кН}{м^3}$
Сталь углеродистая	2-2,1	8-8,1	0,24-0,33	78,5
Сталь легированная	2,1-2,2	8-8,1	0,25-0,3	77,5-78,5
Чугун серый	0,78-1,5	4,4	0,23-0,27	68-76
Чугун серый модифицированный	1,2-1,6	5,1-6,9	0,24-0,28	70-75
Бронза оловянная	0,75-1,20	-	0,32-0,35	87,6-88,2
Медь холодноотянутая	1,3	4,9	-	89,4
Медь прокатная	1,1	4	0,31-0,34	-
Алюминиевые сплавы	0,69-0,71	2,7	0,33	26,4-28
Магниеые сплавы	0,39-0,44	-	0,34	17,6-18
Свинец	0,15-0,2	0,69	0,42	113
Стекло	0,49-0,58	0,19-0,22	0,25-0,27	9,1
Органическое стекло	0,03-0,04	-	0,35-0,38	11,8-12
Кладка кирпичная	0,025-0,03	-	-	-
Бетон с пределом прочности 10 МПа	0,146-0,196	-	0,16-0,18	-
15 МПа	0,164-0,214	-	0,16-0,18	-
20 МПа	0,182-0,232	-	0,16-0,18	-
Дерево вдоль волокон	0,09-0,15	0,055	-	4,8-5,4 (сосна)
Дерево поперек волокон	0,004-0,01	0,04-0,07	-	-
Текстолит	0,04-0,06	-	-	13-14,5
Гетинакс	0,1-0,18	0,08-0,25	-	13-14
Винипласт	0,003-0,04	-	0,35-0,37	13,8-14,3
Капрон	0,014-0,02	0,045-0,048	0,35-0,38	11-11,4
Эпоксидные смолы	0,025-0,032	-	0,33	12-12,7
Фотопласт 3	0,012-0,014	-	0,33	21,4
Стекловолокнит	0,35	-	0,29	17-18
Стеклопластик (вд. волокон)	0,21	-	-	19
Полиэтилен ВД	0,0015-0,0025	-	0,4	9,2
Полиэтилен НД	0,005-0,008	-	0,39	9,2-9,7
Каучук	0,00008	-	0,47	-

Материал	Временное сопротивление (предел прочности) $\sigma_B$ МПа	Предел текучести $\sigma_T$ МПа	Относительное удлинение $\delta$ %	Предел выносливости МПа		
				$\sigma_{-1p}$	$\sigma_{-1H}$	$\sigma_{-1K}$
1	2	3	4	5	6	7
Ст. 2кп	330-420	200-220	{30 – 33 29 – 32	120-160	170-220	80-130
Ст.2пс(сп)	340-440	210-230				
Ст.3кп	370-470	220-240	{24 – 27 23 – 26	120-160	170-220	100-130
Ст.3пс(сп)	380-490	230-250				
Ст. 4кп	410-520	240-260	{22 – 25 21 – 24	-	190-250	-
Ст.4пс(сп)	420-540	250-270				
Ст.5пс(сп)	500-640	270-290	17-20	170-220	220-300	130-180
Ст.6пс(сп)	600	300-320	12-15	190-250	250-340	150-200
<b>2. Стали углеродистые</b>						
10	340-420*	210	31	120-150	160-220	80-120
20	420-500	250	25	120-160	170-220	100-130
30	500-600	300	21	170-210	200-270	110-140
40	580-700	340	19	180-240	230-320	140-190
45	610-750	360	16	190-250	250-340	150-200
50	640-800	380	14	200-260	270-350	160-210
60	6900-900	410	12	220-280	310-380	180-220
<b>3. Стали легированные</b>						
20х	720-850	400-650	12	-	310-380	170-230
40х	730-1050	650-900	15,5	240-340	320-480	210-260
45х	850-1060	700-950	9	-	400-500	-
30хм	740-1000	540-850	-	370	310-410	230
40хм	1000-1450	800-1300	-	310-420	460-600	-
60г	710	420	11	250-320	-	-
09г2	450	300-310	21	-	-	-
15хснд	640-660	390-420	18-21	-	310	160
<b>4. Чугун серый</b>						
Сч 15-32	Рас.150 Изг.320 Сжат.650	-	-	-	70	50

Валы, оси с поперечным круглым отверстием						
Вид деформации	$\frac{d_0}{d}$	Временное сопротивление для стали, МПа				
		500	600	800	1000	
Изгиб	0,05-0,10	1,90	1,95	2,05	2,15	
	0,15-0,25	1,74	1,77	1,86	1,95	
кручение	0,05-0,25	1,75	1,78	1,83	1,92	
Валы, оси с шпоночными канавками						
Вид деформации	Временное сопротивление для для стали, МПа					
	500	600	700	800	900	100
Изгиб	1,5	1,6	1,2	1,8	1,9	2,0
кручение	1,4	1,5	1,6	1,7	1,8	1,9

Методическое издание

Составители:

ГАМИДОВ Абдурахман Гаджиевич,

ПЫЛАЕВ Борис Васильевич,

БОЙКОВ Владислав Юрьевич

## СОПРОТИВЛЕНИЕ МАТЕРИАЛОВ

Методические указания

Издано в редакции составителей  
Корректурa составителей  
Отпечатано с оригинала  
Предоставленного составителями

Подписано в печать 06.12.2016г.  
Формат 60x84 1/16  
Усл. печ. л. 2,7. Уч.-изд. л. 2,7.  
Изд. №. Зак.

Издательство РГАУ-МСХА  
127550, Москва, Тимирязевская ул., 44  
Тел.: 8 (499) 977-40-64